

Критерии

«Неравенство и экономический рост – 8-9» (25 баллов)

А) (2 балла) Коэффициент Джини – статистический показатель степени неравенства в обществе (показывающий распределения доходов между группами в обществе). (1 балл) График показывает рост уровня неравенства в странах. (1 балл)

Б) (1+5+5 баллов) Из графика видно, что неравенство рыночных доходов выше, чем располагаемых. (1 балл) Это является результатом парораспределительной политики государства. Механизмы, которые могут быть названы:

i) налогообложение (прогрессивное/пропорциональное налогообложение), которое сокращает уровень неравенства за счет сокращения располагаемого дохода высших групп в большей степени, чем низших. (При указании налогообложения в целом ставится 3 балла, поскольку при фиксированной сумме налога или при регрессивном налоге уровень неравенства не изменяется или растет соответственно) (5 баллов)

ii) трансферты (более бедные слои населения получают пособия, стипендии и иные выплаты, увеличивающие их располагаемый доход, и тем самым, сокращается уровень неравенства) (5 баллов)

За каждый механизм можно получить 5 баллов – 2 балла название самого механизма и 3 балла за описание его влияния на уровень неравенства.

В) (6 баллов) При экономическом росте увеличиваются доходы высшего слоя, но и положения бедных в абсолютном выражении улучшается (при увеличении налоговых сборов с возросших доходов богатых появляется возможность расширения политики социальной поддержки). Кроме того, экономический рост связан с улучшением технологий, и, следовательно, качества благ, что позволяет приобретать некоторые блага реже, экономя доход.

Идея о том, что если имеет место общий рост, то даже низшим слоям становится лучше в абсолютном отношении.

Принимаются и иные корректные механизмы.

6 баллов ставится за полный ответ. При отсутствии достаточных комментариев о том, как экономический рост способствует улучшению положения низших групп по доходу ставится 3 балла.

Г) (6 баллов) Прогрессивные технологии приносят большую выгоду для более образованных и обеспеченных, то есть у тех, чей доход выше, поэтому увеличивается премия за образование, что ведет к росту неравенства.

Новые технологии, как правило, защищаются правом интеллектуальной собственности, то есть мы имеем ограниченный круг лиц, который может получать прибыль от более эффективного производства, что приводит к ухудшению положения других игроков рынка (сокращение прибыли, банкротство) и концентрации прибыли. Это сказывается на распределении дохода и может приводить к усилению неравенства. (Подразумевается, что новые технологии адаптируются изначально более успешными фирмами, которые еще больше улучшают свое положение)

Принимаются и иные корректные механизмы.

6 баллов ставится за полный ответ. При отсутствии достаточных комментариев о том, как технологический прогресс влияет на неравенство ставится 3 балла.

«Производитель и дистрибьютор» (25 баллов)

а) максимум 9 баллов

$$\Pi_d = (20 - Q) * Q - P * Q - 3 \text{ балла}$$

Далее обоснованием через вершину параболы ветвями вниз или производной с использованием ее вида или второй производной

$$Q = \frac{20-P}{2} - 1 \text{ балл}$$

$$\Pi_{\Pi} = (P - 4) * Q = \frac{(P-4)(20-P)}{2} - 3 \text{ балла}$$

полностью обоснованный $P = 12 - 1 \text{ балл}$

итого $Q = 4, P_d = 16 - 1 \text{ балл}$

б) максимум 4 балла

$$\Pi(P) = (20 - P)(P - 4) \text{ максимизируем} - 3 \text{ балла}$$

полностью обоснованный $P = 12 - 1 \text{ балл}$

в) максимум 12 баллов

$$P = 16 * 0,875 = 14 - 1 \text{ балл}$$

$$\Pi_d = (20 - \bar{P} - Q) * Q - A - 2 \text{ балла}$$

Снова все обосновывая, $Q = \frac{20-\bar{P}}{2} - 1 \text{ балл}$

$$P_d = 20 - \frac{20-\bar{P}}{2} = 14$$

итого $\bar{P} = 8 - 2 \text{ балла}$

$$\Pi_d = 36 - A > 16 - 2 \text{ балла}$$

$$\Pi_{\Pi} = (\bar{P} - 4) * Q + A = 24 + A > 32 - 2 \text{ балла}$$

итого $8 < A < 20 - 2 \text{ балла}$

Если один раз пропущено обоснование, то **-1 балл** , если более одного раза, то **-2 балла**

«Как живётся бурундийцам – 8-9» (25 баллов)

Король Бурундии Буруиндин XXVII решил исследовать, как живут его подданные. Статистическая служба Бурундии долго собирала и анализировала данные, после чего на стол главному счетоводу была положена следующая информация:

- всё население Бурундии можно поделить на несколько групп, внутри которых доходы распределяются равномерно: нищих, бедняков, середняков и богачей;
- богачей в Бурундии в полтора раза больше, чем нищих, а доход всех вместе взятых бурундийских богачей в 9 раз больше, чем доход всех бурундийских нищих;
- середняков в Бурундии вдвое больше, чем бедняков, при этом все вместе середняки втрое богаче всех бедняков;
- если сложить число бедняков и середняков, их окажется в 9 раз больше, чем нищих и богачей вместе взятых, при этом общий доход двух «средних» групп населения будет в 4 раза больше, чем доход двух «крайних» групп.

(а) Определите долю каждой группы в общей численности населения Бурундии. Ответ следует дать в виде процентов.

(б) Определите долю от общего дохода населения Бурундии, которую получает каждая группа. Ответ следует дать в виде процентов.

(в) Экономисты используют разные способы для оценки распределения доходов между различными группами населения. Так, одним из способов анализа дифференциации доходов является децимальный коэффициент, показывающий, во сколько раз доходы 10% наиболее богатых людей больше доходов 10% наиболее бедных; аналогично, квинтильный коэффициент показывает отношение доходов 20% наиболее богатых к доходам 20% наиболее бедных; квартильный коэффициент – отношение доходов 25% наиболее богатых к доходам 25% наиболее бедных. Чему будет равен коэффициент, показывающий отношение суммарного дохода $z\%$ самых богатых к суммарному доходу $z\%$ самых бедных жителей Бурундии, $z \in [10; 25]$?

Решение:

Запишем систему уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} N_{\text{богатые}} = 1,5N_{\text{нищ}} \\ I_{\text{богатые}} = 9I_{\text{нищ}} \\ N_{\text{сред}} = 2N_{\text{бед}} \\ I_{\text{сред}} = 3I_{\text{бед}} \\ N_{\text{бед}} + N_{\text{сред}} = 9(N_{\text{нищ}} + N_{\text{богатые}}) \\ I_{\text{бед}} + I_{\text{сред}} = 4(I_{\text{нищ}} + I_{\text{богатые}}) \end{array} \right.$$

И решая ее, получаем ответы, обозначив за X число нищих и за Y их доход:

(а) [4 балла]

Из (1) и (3) выражаем числа и подставляем в (5):

$$N_{\text{бед}} + N_{\text{сред}} = 9(N_{\text{нищ}} + N_{\text{богатые}}) \Rightarrow 3N_{\text{бед}} = 9(x + 1,5x)$$

Итого:

$$N_{\text{нищ}} = x, N_{\text{бед}} = 7,5x, N_{\text{сред}} = 15x, N_{\text{богатые}} = 1,5x$$

Общая численность: $25x \Rightarrow$ Нищие составляют 4%, Бедные – 30%, Средние – 60% и Богатые – 6%

Критерии:

Правильный ответ с правильным решением (не важно, каким) – 3 балла

Если решение с арифметической ошибкой – 0 баллов

Если правильно составлена система - +1 балла

Если не в процентах – штраф в 1 балл (если за пункт стоит больше нуля)

(б) [4 балла]

$$I_{\text{бед}} + I_{\text{сред}} = 4(I_{\text{нищ}} + I_{\text{богатые}}) \Rightarrow 4I_{\text{бед}} = 4(y + 9y)$$

Итого:

$$N_{\text{нищ}} = y, N_{\text{бед}} = 10y, N_{\text{сред}} = 30y, N_{\text{богатые}} = 9y$$

Общий доход: $50y \Rightarrow$ Нищие составляют 2%, Бедные – 20%, Средние – 60% и Богатые – 18%

Критерии:

Правильный ответ с правильным решением (не важно, каким) – 3 балла

Если решение с арифметической ошибкой – 0 баллов

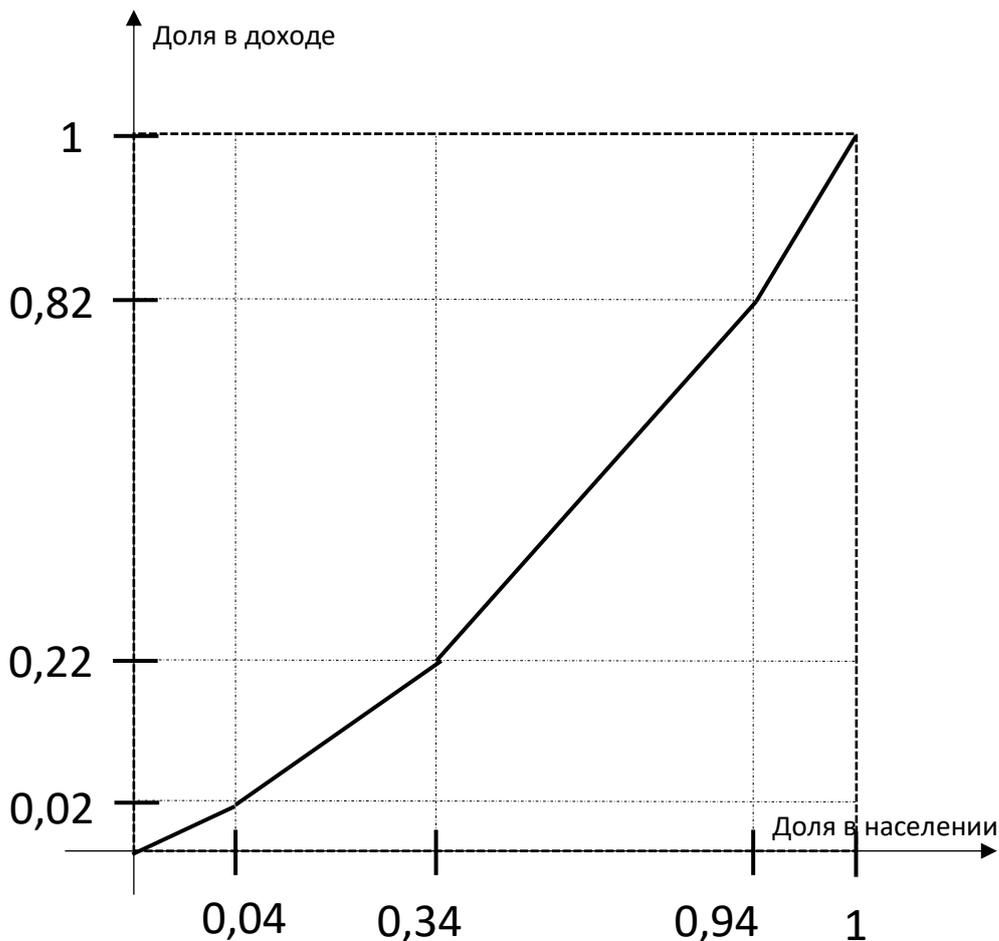
Если правильно составлена система - +1 балл

Если не в процентах – штраф в 1 балл (если за пункт стоит больше нуля)

(в) [17 баллов]

Заметим, что доход и числитель в знаменателе можно сократить. Поэтому коэффициент будет выражаться просто отношением процента дохода z самых богатых к z самых бедных.

Для расчётов удобно нарисовать кривую Лоренца для данной экономики.



Заметим, что $z \in [10; 25]$ приводит к тому, что доход нищих и богатых всегда входит в подсчет. Поэтому нам достаточно посчитать, какой доход бедных и средних входит в подсчет коэффициента.

$$\text{coef} = \frac{0,18 + (z - 0,06) * 1}{0,02 + (z - 0,04) * \frac{2}{3}} = \frac{0,36 + 3z}{2z - 0,02}$$

Критерии:

Правильный ответ с правильным решением (не важно, каким) – 17 баллов

Если решение с арифметической ошибкой – 0 баллов, если нет идей, фигурирующих снизу:

- За обоснованную идею с тем, что богатые и бедные входят в подсчет коэффициента - +4; 2 – за правильное рассмотрение отдельно бедных + нищих, 2 – за богатых + средних; обоснованием может быть график Лоренца или демонстрация того, что 10% включают в себя малые группы в обеих группах и что перелом между бедными и средними в подсчет не входит)
- За правильный подсчет знаменателя - +1 балл (не важно, как фигурирует в решении, может даже быть не прописано отдельно)
- За правильный подсчет числителя - +1 балл (не важно, как фигурирует в решении, может даже быть не прописано отдельно)

МОШ 8.4 9.4 "Авиаперевозки" (25 баллов)

География полётов авиакомпании «XYZ Airlines» включает в себя два направления (X-Y-X и X-Z-X), на каждом из которых компания является монополистом. Дневные спросы на каждом из маршрутов независимы друг от друга и определяются как $q_y = 250 - 25p_y$ и $q_z = 300 - 50p_z$, где p_y и p_z – цены билетов в обе стороны (туда-обратно), а q_y и q_z – количества пассажиров, причём все пассажиры покупают билет на два полётных сегмента, т.е. в обе стороны. Все самолёты компании базируются в аэропорту региона X, выполняя из него рейсы в Y и Z с разворотом. Воздушный парк авиакомпании состоит из лайнеров двух типов (при этом у компании в краткосрочном периоде нет возможности избавиться от имеющихся бортов либо приобрести новые), подробная информация об этом представлена ниже:

Тип судна	Количество в парке	Вместимость	Стоимость одного рейса	
			X-Y-X	X-Z-X
A	2	100	300	375
B	1	150	360	450

- (а) Сколько билетов будет продано на каждом направлении?
- (б) Администрация региона Z, желая повысить экономическую активность в своём регионе, реализует программу субсидирования авиаперевозок по направлению X-Z-X и предоставляет субсидию за каждого перевезённого туда-обратно пассажира в размере s д.е. При каких значениях ставки субсидии политика региона Z действительно приведёт к росту числа пассажиров, летающих в регион Z?
- (в) Если правительство региона Z ставит в качестве цели открытие второго рейса по направлению X-Z-X (т.е. чтобы в день в регион Z выполнялось два разных рейса), то какую минимальную субсидию необходимо для этого ввести?

Решение:

Пункт а:

Для начала рассмотрим общий вид функции прибыли для направления X-Y-X:

$$TR(p_y) = p_y(250 - 25p_y) = -25p_y^2 + 250p_y - \text{парабола ветвями вниз}$$

Тогда координаты вершины параболы:

$$\tilde{p}_y = \frac{-250}{2 \cdot (-25)} = 5$$

$$TR(\tilde{p}_y) = -25 \cdot 5^2 + 250 \cdot 5 = 625$$

$$\tilde{q}_y(\tilde{p}_y) = 250 - 25 \cdot 5 = 125$$

Проведя аналогичные расчеты для X-Z-X получаем:

$$\tilde{q}_z = 150$$

$$\tilde{p}_z = 3$$

$$TR(\tilde{p}_z) = 450$$

Теперь рассмотрим все возможные конфигурации случаев, учитывая издержки и найдём оптимальную:

Для X-Y-X это случаи:

- 1) A
- 2) A+A
- 3) A+B
- 4) B
- 5) A+A+B
- 6) 0

Сразу заметим, что если у нас не летит ни один из самолётов в A, то $\pi = 0$

Посчитаем прибыль для каждого случая:

$$\begin{aligned} 1) \pi_A : \\ \tilde{q} &= 100 \\ \tilde{p} &= \frac{-150}{-25} = 6 \\ TR &= 600 \\ TC &= 300 \\ \tilde{\pi}_A &= 300 \end{aligned}$$

Исходя из аналогичной логики считаем прибыль для других трёх конфигураций:

$$2) \tilde{\pi}_{A+A} = 25$$

$$3) \tilde{\pi}_{A+B} = -35$$

$$4) \tilde{\pi}_B = 265$$

$$6) \tilde{\pi}_{A+A+B} = -350$$

Как видно из значений прибыли, наиболее выгодным для авиакомпании является случай номер 1.

Теперь по той же схеме получаем все возможные конфигурации для X-Z-X :

- 1) A
- 2) A+A
- 3) A+B
- 4) B
- 5) A+A+B
- 6) 0

Здесь аналогично прибыль принимаем за ноль в случае, если никто никуда не летит.

- 1) $\hat{\pi}_A = 25$
- 2) $\hat{\pi}_{A+A} = -300$
- 3) $\hat{\pi}_{A+B} = -375$
- 4) $\hat{\pi}_B = 0$
- 5) $\hat{\pi}_{A+A+B} = -720$

Как видно из полученных значений, вариант 1 опять является наиболее прибыльным для авиакомпании.

Тогда наиболее благоприятной конфигурацией для авиакомпании будет отправить 100 человек самолётом A по направлению X-Y-X и 100 человек самолётом A по направлению X-Z-X.

Ответ: 100 на X-Y-X, 100 на X-Z-X.

Критерии:

Часть 1 (10 баллов)

1. Найти TR, найти максимум, обосновать (парабола ветвями вниз) 3 балла
 2. Перебрать все варианты TR vs TC 3 балла
 3. Выбрать кол-во рейсов и типы ВС для перевозки по каждому направлению, обосновать, что этот вариант лучший и единственный 2 балла + 2 балла
- 1 балл за необоснование максимума

Пункт б:

Для того, чтобы наблюдался рост числа пассажиров, летящих по направлению X-Z-X мы имеем три исхода:

- 1) В
- 2) A+A
- 3) A+B

Второй и третий из соображений разумной достаточности не являются оптимальными, так как издержки на их реализацию превышают издержки на реализацию первого варианта (легко проверяется математически).

Найдём условия для первого варианта.

В первоначальной конфигурации (из пункта а) субсидию у нас приходилась бы на 100 пассажиров, теперь будут субсидированы 150 пассажиров. Таким образом, вычитая из нашего варианта значение исходного, получаем, что субсидия на 50 пассажиров должна быть не меньше упущенной прибыли от отправки самолёта В вместо А по направлению X-Z-X.

Запишем полученное условие в виде соответствующего неравенства:

$$s \cdot (150 - 100) \geq \hat{\pi}_A - \hat{\pi}_B$$

$$s \cdot 50 \geq 25 - 0$$

$$50s \geq 25$$

$$s \geq 0,5$$

Ответ: при $s \geq 0,5$ (допустима запись вида: $s \in [0,5, +\infty)$)

Критерии:

Часть 2 (5 баллов)

1. Обоснование идеи поиска 3 балла
2. Верное нахождение s 2 балла

Пункт в:

Найдём новый оптимум после введения субсидии:

$$\pi_z = q_z(p_z + s) - TC \rightarrow \max$$

так как TC неизменны, имеем:

$$q_z(p_z + s) \rightarrow \max$$

$$(300 - p_z)(p_z + s) \rightarrow \max$$

$$-50p_z^2 - 50p_zs + 300p_z + 300s \rightarrow \max$$

Имеем параболу ветвями вниз, найдём координаты вершины:

$$\hat{p}_z = \frac{50s - 300}{-100} = 3 - \frac{1}{2}s$$

$$\hat{\pi}_z = (150 + 25s)(3 - \frac{1}{2}s + s) - TC = (150 + 25s)(3 + \frac{1}{2}s) - TC$$

Заметим, что новый оптимум будет достижим, только если в самолетах, направленных по направлению X-Z-X будет хватать на него мест, поэтому сравним оптимальное q с количеством мест в самолетах и получим величину s , после превышения которой будем просто приравнивать q к суммарному числу мест в самолетах.

Для таких случаев цена считается, просто исходя из приравнивания спроса к числу мест в самолетах.

Рассмотрим все возможные варианты:

I

X-Y-X: A

X-Z-X: A

$$\pi = 600 - 300 + 100(4 + s) - 375 = 325 + 100s$$

II

X-Y-X: A

X-Z-X: B

$$\pi = 300 + 150(3 + s) - 450 = 300 + 150s$$

III

X-Y-X: A

X-Z-X: AB

1) при $s \geq 4$

$$\pi = 300 + 250(1 + s) - 825 = 250s - 275$$

2) при $s \leq 4$

$$\pi = 300 + (150 + 25s)(3 + \frac{1}{2}s) - 825 = 12,5s^2 + 150s - 75$$

IV

X-Y-X: B

X-Z-X: AA

1) при $s \geq 2$

$$\pi = 265 + 200(2 + s) - 725 = 200s - 85$$

2) при $s \leq 2$

$$\pi = 265 + (150 + 25s)(3 + \frac{1}{2}s) - 750 = 12,5s^2 + 150s - 35$$

Мы понимаем, что если $s < 1/2$, компания использует стратегию I, если $s > 1/2$, то стратегию II (этот вывод следует из решения пункта б). Чтобы определить, когда компании выгодно послать два самолета в направлении XZX, сравним прибыль от стратегии II с прибылями от стратегий III и IV:

1) $s \geq 4$

$$300 + 150s \leq 250s - 275$$

$$100s \geq 575$$

$$s \geq 5,75$$

2) $s \leq 4$

$$300 + 150s \leq 12,5s^2 + 150s - 75$$

$$12,5s^2 \geq 375$$

$$s^2 \geq 30$$

при $s \leq 4$ такая ситуация невозможна

3) $s \geq 2$

$$300 + 150s \leq 200s - 85$$

$$50s \geq 385$$

$$s \geq 7,7$$

4) $s \leq 2$

$$300 + 150s \leq 12,5s^2 + 150s - 35$$

$$12,5S^2 \geq 325$$

$$s^2 \geq 26$$

при $s \leq 2$ такая ситуация невозможна

так как $5,75 < 7,7$

Ответ: при $s \geq 5,75$ (допустима запись вида: $s \in [5,75, +\infty)$)

Критерии:

Часть 3 (10 баллов)

1. Идея оптимизации 2 балла
2. Обоснование варианта 1 2 балла
3. Расчет варианта 1 2 балла
4. Обоснование варианта 2 2 балла
5. Расчет варианта 2 2 балла