

10—11 класс

# Второй этап

## Второй день

Дата написания	7 марта 2015 г.
Количество заданий	5
Сумма баллов	100
Время написания	3 часа

Решения

Задача 1. Всё по  $P$  рублей!

(20 баллов)

21 февраля вы решали задачу «99 цен», в которой получалось, что магазин поставит на товар с номером  $i$  цену  $p_i = 1000/i$  рублей. Напомним условие:

В магазине продаются 99 разных товаров. Магазин закупает товар  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, 99$ ) по цене  $500/i$  рублей. Если магазин назначит цену  $p$  на товар  $i$ , покупатели купят  $i/p^2$  единиц этого товара. Магазин стремится получить максимальную прибыль (разницу между своими доходами и своими расходами на закупку) от перепродажи товаров. Допустим, магазин может назначать на товары любые цены. Какую цену он назначит на товар с номером  $i$ ?

Сегодня вам предлагается проанализировать в рамках того же условия несколько новых ценовых политик. Мы будем говорить, что какая-то ценовая политика *выгодна*, если она не уменьшает общую прибыль магазина по сравнению со случаем, который был рассмотрен вами 21 февраля.

Находясь на отдыхе за границей, владелец магазина увидел там необычные супермаркеты, в которых все товары продавались по одной и той же цене, и решил сделать у себя то же самое, не меняя ассортимент продаваемых товаров. Владелец рассчитывает, что необычная ценовая политика привлечет новых покупателей, в результате чего при цене  $p$  в магазине купят не  $i/p^2$  единиц, а  $K \cdot i/p^2$  единиц товара  $i$ , где  $K \geq 1$ .

а) Допустим,  $K = 1$ . Докажите, что «политика одной цены» не будет выгодна магазину.

б) Обозначим за  $K^*$  минимальное значение  $K$ , при котором «политика одной цены» выгодна владельцу магазина. Для каждого  $K \geq K^*$  найдите цену  $P$ , которую он назначит на все товары. Будут ли среди продаваемых товаров такие, цена на которые для потребителей будет ниже, чем цена закупки для магазина? Если да, укажите их номера.

в) Рассмотрим теперь «политику двух цен», то есть политику, при которой на каждый из товаров назначена либо цена  $P_1$ , либо цена  $P_2$ . Пусть спрос на каждый товар такой же, как при политике одной цены. Обозначим за  $K^{**}$  минимальное значение  $K$ , при котором «политика двух цен» выгодна владельцу магазина. Основываясь на экономической интуиции и не проводя расчетов, сравните  $K^*$  и  $K^{**}$ .

## Решение

а) При  $K = 1$  спрос на каждый из товаров точно такой же, как и в случае, когда на каждый товар устанавливается своя цена. Допустим, при политике одной цены магазин установил оптимальную цену  $P^*$  и прибыль равна  $\pi$ . Заметим, что в ситуации, когда магазин устанавливал на каждый товар свою цену, он мог сделать все цены, равными  $P^*$ , и прибыль также была бы равна  $\pi$ . Однако, как мы знаем, это решение не являлось оптимальным, так как оптимальная цена на товар  $i$  равна  $1000/i$ . Значит,  $\pi$  меньше, чем максимальная прибыль фирмы в предыдущей задаче.

б) При цене  $P$  суммарная прибыль магазина будет равна

$$\sum_{i=1}^{99} K \frac{i}{p^2} \left( P - \frac{500}{i} \right) = K \sum_{i=1}^{99} \left( \frac{i}{P} - \frac{500}{p^2} \right).$$

Заметим, что оптимальная цена не будет зависеть от константы  $K$ . Таким образом, нам нужно найти максимум функции

$$\frac{1 + 2 + \dots + 99}{P} - \frac{99 \cdot 500}{p^2} = \frac{99 \cdot 50}{P} - \frac{99 \cdot 500}{p^2}.$$

Это квадратичная функция относительно  $1/P$ , и ветви параболы направлены вниз. Значит, оптимум достигается в вершине параболы  $1/P = 50/1000 = 1/20$ . Отсюда получаем, что независимо от  $K$ ,  $P = 20$ . Продаваться «в убыток» будут товары, для которых  $500/i > 20$ , то есть товары 1, 2, ..., 24.

**в)** Политика одной цены невыгодна магазину при  $K = 1$ , так как магазин лишается возможности устанавливать цену продажи в зависимости от закупочной цены и спроса. Политика одной цены станет выгодной, только если величина  $K$  будет достаточно большой, чтобы перекрыть эти потери. Таким образом,  $K^*$  отражает как раз величину потерь от того, что в случае единой цены (почти) каждый из товаров продается по неоптимальной цене. Аналогично,  $K^{**}$  отражает величину потерь от неоптимального ценообразования при политике двух цен.

При политике двух цен, однако, потери от неоптимального ценообразования меньше. Действительно, теперь магазин назначит цену  $P_1$  на относительно дешевые товары и  $P_2 > P_1$  на относительно дорогие, что нельзя было сделать при политике одной цены. В итоге цена на каждый из товаров будет ближе к своей оптимальной цене  $1000/i$ , чем при политике одной цены. Таким образом,  $K^{**} < K^*$ .

### Схема оценивания

**а)** Максимум **5 баллов** при объяснении, аналогичном авторскому. Также можно было заработать 5 баллов, найдя максимальную прибыль фирмы в старой и в новой ситуации при  $K = 1$  и сравнив их. Во многих работах была правильно найдена максимальная прибыль при политике разных цен, при этом в записи оставался оператор суммирования — за это действие (при отсутствии продолжения) можно было получить **1 балл**. В целом, при таком способе решения по **2 балла** ставилось за корректный подсчет максимальной прибыли в двух ситуациях и **1 балл** за их сравнение.

**б)** Максимум **9 баллов**. За правильно записанную прибыль фирмы в виде суммы — **2 балла** (это могло быть сделано в предыдущем пункте). За применение формулы суммы арифметической прогрессии и переход к записи прибыли без оператора суммирования — **2 балла**. За верное нахождение максимума этой функции — **3 балла** (при этом 1 балл снимался, если не было корректного обоснования того, что найденная критическая точка — максимум). За верно найденные номера товаров — **2 балла**.

**в)** Максимум **6 баллов**. Разнообразные способы решения и степени продвижения к правильному доказательству оценивались жюри соответственно их достоверности и завершенности. В целом, если автор так или иначе пользовался в рассуждениях идеей монотонности прибыли фирмы по количеству устанавливаемых цен (при фиксированном  $K$ ), то он получал от 3 до 6 баллов в зависимости от того, насколько успешно ему удалось доказать эту монотонность.

**Задача 2. Фирма, самолет, менеджер**

(20 баллов)

Компания «Elrra» собирается нанять топ-менеджера. В собственности фирмы есть небольшой частный самолет, который предназначен для передвижения менеджера по служебным надобностям. Менеджер, однако, может злоупотреблять служебным положением и использовать самолет в личных целях, что создает для компании дополнительные затраты.

Если менеджер не согласится работать в фирме «Elrra», ее прибыль будет равна нулю. Если менеджер согласится на работу и не будет пользоваться самолетом компании в личных целях, то ее прибыль (до выплаты зарплаты менеджера) составит 800, если будет — всего лишь 162. Владельцы фирмы не могут наблюдать действия менеджера и не знают, как прибыль зависит от использования самолета, поэтому не могут запретить менеджеру использовать самолет в личных целях. Менеджер, в отличие от владельцев фирмы, знает, как прибыль фирмы зависит от использования самолета.

Пусть  $w \geq 0$  — зарплата менеджера, а  $j$  — переменная, равная 1, если менеджер использует самолет в личных целях, и 0 в противном случае. Менеджер выбирает свои действия так, чтобы значение величины  $U = 0,1\sqrt{w} + j$  было наибольшим. Обладая редким талантом, менеджер всегда может уйти работать в конкурирующую компанию «Gnusmas». Условия работы у конкурентов соответствуют  $U = 2$ . Считайте, что менеджер благожелателен к фирме «Elrra»: если ему безразлично, на какой фирме работать, то он соглашается на работу в «Elrra»; если ему безразлично, использовать самолет или нет, то он не использует самолет.

**а)** Допустим, зарплата менеджера не зависит от прибыли фирмы (и при этом такова, что менеджеру выгодно согласиться работать в фирме). Будет ли он использовать самолет в личных целях?

**б)** Допустим, зарплата менеджера равна некой доле  $\alpha$  от прибыли фирмы ( $0 < \alpha < 1$ ). При каком минимальном значении  $\alpha$  менеджер согласится работать в фирме и не будет использовать самолет в личных целях? Что выгоднее для фирмы — предлагать менеджеру фиксированную зарплату (как в пункте **а**)) или найденную вами в этом пункте долю  $\alpha$  от прибыли?

**в)** Допустим, согласно контракту, зарплата менеджера равна  $w_1$ , если прибыль фирмы равна 800, и  $w_2$ , если прибыль фирмы равна 162. Существуют ли произвольные значения  $w_1$  и  $w_2$  такие, что контракт  $(w_1, w_2)$  более выгоден для фирмы, чем контракт, согласно которому менеджеру выплачивается доля от прибыли фирмы, найденная вами в **б**)?

**Решение**

**а)** Какова бы ни была зарплата  $w$ ,  $0,1\sqrt{w} + 1 > 0,1\sqrt{w}$ , и поэтому менеджер будет использовать самолет.

**б)** Чтобы менеджер, не используя самолет, согласился работать в фирме, должно выполняться условие  $0,1\sqrt{800\alpha} \geq 2$ , откуда  $\alpha \geq 1/2$ . При этом ему должно быть выгоднее не использовать самолет, чем использовать, то есть также должно выполняться неравенство  $0,1\sqrt{800\alpha} \geq 0,1\sqrt{162\alpha} + 1$ . Заметим, что  $\alpha = 1/2$  удовлетворяет этому неравенству, а значит, именно это число и будет ответом.

Если фирма предложит менеджеру половину прибыли, менеджер не будет пользоваться самолетом, и прибыль компании после выплаты зарплаты менеджеру составит 400. Если же фирма будет предлагать фиксированную зарплату, менеджер будет пользоваться самолетом, и потому прибыль фирмы после выплаты зарплаты будет меньше, чем 162. Значит, предлагать долю прибыли выгоднее.

в) Если  $w_1$  и  $w_2$  таковы, что менеджер будет пользоваться самолетом, то прибыль фирмы после выплаты зарплаты составит не больше, чем 162, и потому не может быть больше, чем при выплате половины прибыли. Если же  $w_1$  и  $w_2$  таковы, что менеджер не будет пользоваться самолетом, должно выполняться неравенство  $0,1\sqrt{w_1} \geq 2$ , откуда  $w_1 \geq 400$ , а значит, прибыль фирмы после выплаты зарплаты менеджеру будет не больше 400. Таким образом, не существует контракта, который был бы выгоднее для фирмы, чем контракт, согласно которому менеджеру выплачивается половина прибыли. (При этом существует много других контрактов, приносящих фирме ту же выгоду: например,  $(w_1, w_2) = (400, 0)$ .)

#### Схема оценивания

а) Любое рассуждение (в том числе формальное неравенство), связанное с тем, что полезность менеджера не связана с прибылью фирмы, а значит  $j = 1$  — **4 балла**.

б) Неравенство  $0,1\sqrt{800a} \geq 2$  — **2 балла**,  $a \geq 1/2$  — **1 балл**. Доказательство что  $a = 1/2$  удовлетворяет нужному неравенству — **2 балла**. Сравнение прибылей — **3 балла**.

в) Сравнение прибыли с пунктом б) — **3 балла**. Поиск верхней границы прибыли при неиспользовании самолета — **3 балла**. Вывод о невозможности контракта, который бы приносит строго больше прибыли — **2 балла**.

## Задача 3. Магазины в Кукумбрии

(20 баллов)

Страна Кукумбрия имеет форму прямой дороги длиной 100 километров. В стране есть 101 житель, каждый из них живет в отдельном доме. Все дома расположены на одной стороне дороги, расстояние между любыми соседними домами равно 1 км (считайте, что сами дома не имеют ширины). Другая сторона дороги предназначена для магазинов, в которых продается единственный товар — огурцы. В зависимости от ситуации, количество магазинов может оказаться разным, единственное ограничение — два магазина не могут располагаться ближе, чем на расстоянии 1 км друг от друга. Например, если в стране будет 4 магазина на расстоянии 14, 32, 71 и 94 км от начала дороги, то ситуация будет выглядеть следующим образом:

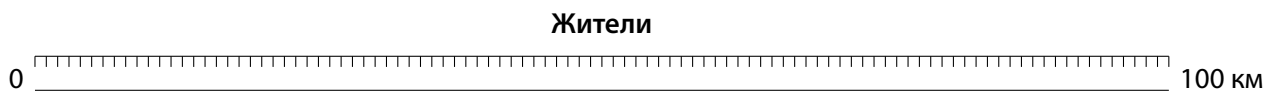


Каждый житель Кукумбрии каждый день отправляется в ближайший к нему магазин и покупает там ровно один огурец по установленной государством цене 18 тугриков. Если ближайших к нему магазинов два (он живет посередине между ними), то он ходит в них поочередно, поэтому можно считать, что каждый из этих магазинов зарабатывает на нем в среднем 9 тугриков в день.

Фирма «Пупырышек» рассматривает возможность открыть в Кукумбрии магазин или сеть магазинов. Издержки на содержание одного магазина составят 100 тугриков в день независимо от того, сколько огурцов там будет продано, других издержек у фирмы нет (сами огурцы имеются у нее в неограниченном количестве бесплатно).

Фирма «Пупырышек» сама выбирает, сколько и где магазинов открыть, максимизируя суммарную прибыль всех своих магазинов. Опишите, как будет выглядеть сеть магазинов «Пупырышек» (сколько будет магазинов и где они будут располагаться) в каждом из следующих случаев.

- а) Других магазинов в стране нет, то есть до прихода «Пупырышка» ситуация выглядела так:



- б) В стране уже работает фирма «Зернышко», единственный магазин которой расположен в середине дороги:



- в) Шесть магазинов сети «Зернышко» расположены через 20 км друг от друга:



- г) Одиннадцать магазинов сети «Зернышко» расположены через 10 км друг от друга:



## Решение

В целом, фирме выгодно открывать магазин, если доход от него будет выше издержек на его содержание. Если количество покупателей в данном магазине равно  $N$ , то магазин выгоден при  $18N > 100$ . С учетом целочисленности покупателей, это эквивалентно  $N \geq 6$ , то есть магазин выгоден, если привлекает не меньше шести покупателей. При этом, если фирма решила открыть магазин, то ей нужно стремиться максимизировать количество покупателей, потому что издержки от него не зависят.

а) Где бы ни был расположен магазин, все покупатели придут в него.  $101 > 6$ , так что фирма откроет один магазин в любой точке. Открывать второй магазин невыгодно, поскольку он увеличивает издержки, не меняя доходов.

б) В этом случае страна как бы разбивается на два зеркально симметричных отрезка длиной 50 км. Рассмотрим левый отрезок  $[0; 50]$ . На нем, если считать концы, живет 51 покупатель. Тот из них, который живет в точке 50 (на правом конце отрезка, в середине страны), всегда будет ходить в магазин «Зернышко», поскольку он для него точно будет ближайшим. Покажем, как фирме «Пупырышек» заполучить 50 остальных покупателей. Покупатель, живущий в координате 49, придет к ней, если она будет стоять к нему ближе, чем магазин «Зернышко», то есть на интервале  $(48; 50)$ . Поскольку ближе, чем на километр от конкурента, вставить нельзя, множество точек, позволяющих получить этого покупателя, составляет  $(48; 49]$ . Вставая в любую из этих точек, магазин получает максимальную прибыль от продаж жителям отрезка  $[0; 50]$ .

Рассуждая аналогично, можно показать, что в правой части страны единственный нужно разместить на отрезке  $[51; 52]$ . Таким образом, у фирмы будет 2 магазина, в каждый из которых придет 50 покупателей (они обозначены точками):



в) В этом случае страна разбивается на 5 отрезков, каждый длиной 20 км. Рассмотрим первый из них. Поставив один магазин в середине, фирма может привлечь 10 покупателей (8 будут ходить только в этот магазин и еще двое — чередовать),  $11 > 6$ , так что выгодно открыть по крайней мере один магазин. При этом если магазин открыт в координате  $x$ , то в «зону влияния» фирмы Пупырышек попадает отрезок  $[x/2; (20 + x)/2]$ . Длина этого отрезка в любом случае равна 10, и выручка с него в любом случае будет равна 180 (при этом иногда это будут 10 целых покупателей, а иногда 9 целых и два «половинчатых»), а прибыль  $180 - 100 = 80$ .

Может ли фирма получить бóльшую прибыль с отрезка, если разместит там больше одного магазина? Как и в предыдущем пункте, в этом случае нужно размещать магазины близко к конкурентам, чтобы заполучить максимальное количество покупателей (точнее, первый магазин должен располагаться в точке из интервала  $[1; 2]$ , а второй — в точке из интервала  $(18; 19]$ ). Так можно стимулировать прийти всех покупателей, кроме тех, которые живут непосредственно рядом с магазинами конкурентов. Таким образом, в два магазина придут 19 покупателей, общая прибыль на отрезке составит  $19 \times 18 - 2 \times 100 = 142$ . Это больше, чем 80, которые можно было получить с одного магазина. Любые дополнительные магазины не увеличат прибыль фирмы, так как больше 19 покупателей с каждого отрезка всё равно получить нельзя.

То же самое нужно проделать на остальных отрезках, общая ситуация будет выглядеть следующим образом:



г) Если фирма поместит на каком-то из 10 отрезков, на которые разбивается страна, один магазин, то он привлечет только 5 покупателей, но  $5 < 6$ , так что открывать один магазин невыгодно. Вместе с тем, больше 9 покупателей на каждом отрезке также нельзя привлечь (покупатели, живущие в координатах, кратных 10, привязаны к «Зернышкам»), так что открытие двух или большего числа магазинов тоже не может быть выгодным. Получаем, что в этих условиях фирма «Пупырышек» не откроет ни одного магазина.

### Схема оценивания

а) За первый пункт задачи можно было получить **3 балла**. Если писалось, что магазин должен стоять в какой-то конкретной точке, то за это ставился **1 балл** из трёх.

б) За второй пункт задачи можно было получить **4 балла**. Из этих баллов **3** давалось за то, что магазины должны находиться в точках 49 и 51 и **1 балл** за объяснение. Если говорилось, что два магазина поставить нужно, но место указывалось неверно, то ставился **1 балл** из четырёх.

в) За третий пункт можно было получить **8 баллов**. **3** из них ставилось за рассмотрение прибыли в случае 1 магазина на каждом из отрезков между магазинами конкурента. Еще **3** за рассмотрение случая открытия 2 магазинов. Наконец, еще **2 балла** ставилось, когда, сравнив оба варианта, участник правильно делал вывод относительно того, что нужно открыть именно два магазина.

г) За четвертый пункт можно было получить **5 баллов**. **4** из них ставилось, если участник правильно писал о том, что один магазин ставить на каждом из отрезков не имеет смысла. Еще балл ставился, если писалось, что не следует ставить большее число магазинов.



## Задача 4. Дилемма центробанка

(20 баллов)

Во Фруктовой стране спросом среди потребителей пользуются только два товара — дурианы и фейхоа. Дурианы производятся на территории Фруктовой страны, их цена для потребителей равна  $P_d$  рублей. Фейхоа импортируются из соседней страны, где их цена составляет 1 доллар. Обменный курс валюты Фруктовой страны равен  $k$  рублей за доллар, так что цену фейхоа в рублях для отечественных потребителей ( $P_f$ ) можно посчитать как  $P_f = 1 \cdot k$ .

Потребители дурианов готовы платить за единицу этого фрукта  $v$  рублей, тогда как производство его единицы стоит  $c$  рублей, причем  $v > c$ . В соответствии с традицией, потребители и производители дурианов поровну делят выгоду от торговли, так что  $P_d = (v + c)/2$ .

Назовем *уровнем цен* ( $P$ ) среднюю цену на товары, потребляемые в стране:  $P = (P_d + P_f)/2$ . Центробанк Фруктовой страны преследует цель минимизации уровня цен в следующем году. Для простоты предположим, что единственный инструмент, которым может управлять центробанк, — значение процентной ставки, по которой он выдает кредиты коммерческим банкам. Обозначим эту ставку за  $r$  (в долях), то есть будем считать, что центральный банк выдает кредиты коммерческим по ставке  $100r$  % годовых.

Каждая из трех переменных  $v$ ,  $c$  и  $k$  зависит от  $r$ :  $v = 14 - 3r$ ;  $c = 2 + 50r^2$ ;  $k = 10 - 5r$ .

- Объясните, почему  $v$  убывает с ростом  $r$ .
- Объясните, почему  $c$  возрастает с ростом  $r$ .
- Объясните, почему  $k$  убывает с ростом  $r$ .
- Предположим, что в настоящий момент  $r = 0,15$  (15 %). Следует ли Центробанку снижать ставку, повышать ее или оставить неизменной, чтобы достичь своей цели?

## Решение

Решение пунктов а)—в) основывается на том, что чем больше  $r$ , тем больше будут процентные ставки по кредитам и депозитам в экономике.

а) Чем больше  $r$ , тем сложнее будет взять кредит на покупку товаров; в то же время, станет выгоднее сберегать деньги, а не тратить.

б) Как правило, фирмы активно берут кредиты на осуществление текущей деятельности. Действительно, платежи поставщикам и поступления от покупателей могут быть значительно отдалены друг от друга во времени; кроме того, само время (и объем) платежей от покупателей во многом случайны. Вследствие этого, без кредитной поддержки фирмам не обойтись. Процентные платежи по кредитам, таким образом, является частью издержек предприятия; при росте  $r$  вырастут и издержки.

в) При росте процентной ставки в экономике увеличивается спрос на финансовые активы, номинированные в национальной валюте, и потому увеличивается спрос на эту валюту, а значит валюта укрепляется, а валютный курс снижается. На практике это может проявляться в том, что при росте процентной ставки становится невыгодно брать кредиты в национальной валюте для того, чтобы вкладывать кредитные средства в иностранную валюту (в «спекуляции» на валютном рынке).

г) Легко посчитать, что  $P(r) = 9 + (50r^2 - 13r)/4$ , это парабола с ветвями вниз, значит, оптимальная процентная ставка находится в вершине параболы и равна 13 % ( $r = 0,13$ ). Значит, центробанку следует снизить  $r$ .

**Схема оценивания**

**а)** Максимум **4 балла**, из них **2 балла** за описание эффекта от увеличения стоимости кредитов и **2 балла** за описание влияния процентной ставки на стимулы к сбережениям.

**б)** Максимум **4 балла**, которые снижаются пропорционально, если какие-либо из логических переходов отсутствуют.

**в)** Максимум **6 баллов**, их можно получить за рассуждения, аналогичные приведенным в авторском решении. Если рассуждение приведено частично (например, обсуждаются отдельные примеры) или повышение спроса на валюту объясняется без участия спроса на финансовые активы каким-то более экзотическим способом, то можно получить до 3—4 баллов за пункт в зависимости от степени проработанности аргумента.

**г)** Максимум **6 баллов**. Полный балл ставился за максимизацию правильной функции и правильный ответ. 1 балл снимался, если была найдена критическая точка, но не было доказано, что она является максимумом.

**Задача 5. Перераспределение доходов спортивных клубов****(20 баллов)**

Согласно правилам многих спортивных лиг, каждая команда должна перечислять определенную долю своих доходов на специальный счет, средства с которого затем распределяются поровну между всеми командами. Эта мера призвана уменьшать неравенство доходов между командами, что, как предполагается, должно приводить к выравниванию команд по силе и тем самым делать матчи более интересными.

В этой задаче вам предлагается проанализировать последствия введения такой меры в рамках следующей простой модели. Представим себе лигу, состоящую из двух команд — А и В. Выручка каждой команды возрастает при росте вероятности ее победы в матче против другой команды (ничьих в этой лиге не бывает). Эта вероятность для каждой команды, в свою очередь, возрастает при увеличении таланта ее игроков и убывает при увеличении таланта игроков соперника. Издержки команды тем больше, чем более талантливых игроков она нанимает. Команда выбирает уровень таланта своих игроков таким образом, чтобы ее прибыль была наибольшей.

Команда А более популярна, чем команда В, вследствие чего при каждом значении вероятности победы над соперником выручка команды А больше, чем выручка команды В.

При ответе на вопросы использование формул не требуется, но и не запрещается.

**а)** Как введение перераспределения доходов между командами повлияет на уровень таланта игроков, нанимаемых командой А? Командой В?

**б)** Может ли введение перераспределения доходов между командами привести к тому, что разница в силе команд не уменьшится, как обычно предполагается, а наоборот, увеличится (что сделает матчи более скучными)?

**в)** Может ли введение перераспределения доходов между командами привести к тому, что суммарная прибыль команд увеличится?

**Решение**

**а)** Заметим, что после введения перераспределения доходов выгоды для каждой команды от покупки каждой дополнительной единицы таланта снизятся: во-первых, часть заработанной от этого выручки придется отдать (эффект ★), а во-вторых, при росте силы команды снизится вероятность победы соперника, а значит, и снизится объем выручки, перераспределяемой к данной команде от соперника (эффект ★★). Издержки же на найм единицы таланта не изменятся. Значит, инвестировать в силу команды станет менее выгодно, и в итоге обе команды изменят составы таким образом, чтобы уменьшить уровень таланта своих игроков.

**б)** Заметим, что до введения перераспределения команда А должна была быть более сильной, так как в связи с большим объемом рынка у нее было больше стимулов инвестировать в талант игроков. В (а) мы показали, что обе команды станут играть слабее после введения перераспределения доходов. Ясно, что эффект (★) сильнее для команды А, а эффект (★★) сильнее для более слабой команды, команды В. Если эффект (★★) более весом, чем эффект (★), в итоге талант команды В уменьшится сильнее, чем талант команды А, и разница в силе команд увеличится.

**в)** Казалось бы, очевидно, что суммарная прибыль не может измениться — в конечном итоге, мы всего лишь перераспределяем некий пирог между двумя командами. Однако, из-за того, что перераспределение меняет стимулы команд к инвестированию в свою силу, сам размер этого пирога может измениться.

Заметим сначала, что суммарные издержки команд на найм игроков уменьшатся (это явно следует из пункта (а)). Что будет с суммарной выручкой команд? Рассмотрим ситуацию, когда в результате введения перераспределения доходов разница в силе команд растет. Значит, вероятность победы команды А (и выручка этой команды до фактического перераспределения)

растет, а вероятность победы команды *B* (и ее выручка до фактического перераспределения) падает. Однако, выручка команды *A*, скорее всего, вырастет сильнее, чем упадет выручка команды *B* (так как *A* — клуб с бóльшим объемом рынка). Например, если зависимость выручки от вероятности победы линейна, это точно будет так. Значит, возможна ситуация, при которой суммарная выручка команд вырастет.

Следовательно, и суммарная прибыль команд может вырасти.

### Схема оценивания

**а) Максимум 8 баллов**, из которых **2 балла** можно было заработать, применив один из двух описанных эффектов (★) и (★★) к одной из команд. Всего две команды и два эффекта, отсюда и складываются максимальные 8 баллов.

**1 балл** в рамках одного эффекта или команды давался, если имелись неточности, но логика действия эффекта для команды была представлена верно.

**б) Максимум 7 баллов**, он ставился, если были учтены оба эффекта для каждой команды и показано, для какой из команд каждый из них сильнее.

**3–4 балла** — учтены не все эффекты или рассмотрены не для каждой команды, но в целом верно было показано их действие и сделан правильный вывод о том, что разница в силе команд может увеличиться.

**в) Максимум 5 баллов**, он ставился, если было проведено сравнение выручки двух команд до и после введения перераспределения и показано, что для команды *A* она может вырасти сильнее, чем упасть для команды *B*.

**2 балла** — рассмотрены некоторые значимые эффекты и их взаимодействие и сделан верный вывод.