



10 класс

4 марта 2023 года

Решение задач

Количество задач – 4

Сумма баллов – 150

**Решение задач заключительного этапа
Московской олимпиады школьников – 2023
по экономике**

Задача 1. Веганы и мясоеды (40 баллов)

Веганы и мясоеды

1) (10 баллов) $Q=P=60$; $W=60*120/2-0,2Q*(60+N)=3600-0,2*60*(60+N)=3600-720-12N=2880-12N$

5 баллов за расчёт равновесия, ещё 5 – за благосостояние

2) (5 баллов) Запрет будет введён, если веганов больше, чем мясоедов, т.е. при $N>60$

3) (10 баллов) Нетрудно понять, что при $Q=0$ общественное благосостояние вообще никак не зависит от рынка коров, т.е. $W=0$.

Значит, мы ищем N :

$$2880-12N<0$$

$$12N>2880$$

$$N>240$$

В то же время запрет будет введён при $N>60$

Значит, голосование будет эффективным при $N<60$ (когда меру не надо вводить и её не введут) и при $N>240$ (когда меру надо вводить и её введут). (Не)включение точек 60 и 240 не оценивается, поскольку в задаче не описан механизм разрешения ничьих

5 баллов за нахождение условия оптимальности запрета, ещё 5 за правильный ответ. Если участник пишет, что голосование эффективно только при $N>240$, т.е. игнорирует второй

участок, это 10 баллов за пункт

4) (15 баллов) Считаем просто и прямолинейно:

$$120-P=P-t; P=60+0,5t; Q=60-0,5t; DWL=(\text{изменение } Q)*t=0,5t^2$$

$$\text{Тогда } CS+PS - \text{ущерб}=3600-0,25t^2; W=3600-0,25t^2-0,2*(60-0,5t)*(60+N) = \\ = 3600-0,25t^2-0,2*(3600-30t+60N-0,5tN) = 3600-0,25t^2-720+6t-12N+0,1tN$$

Парабола ветвями вниз относительно t :

$$t^*=12+0,2N$$

5 баллов за нахождение параметров равновесия, выраженных через t , ещё 5 за корректное выражение общественного благосостояния (по 1 за CS, PS и DWL , 2 за внешний эффект), и 5 за оптимизацию и нахождение ответа.

Задача 2. Цены растут. (35 баллов)

1) Всего 8 баллов.

ИПЦ (корзины без ноутбука) = 1,2

ИПЦ (с ноутбуком) = $\frac{\text{стоимость старой корзины в новых ценах} + \text{новая средняя цена ноутбука}}{\text{стоимость старой корзины в старых ценах} + \text{старая средняя цена ноутбука}}$ (+2 балла)

Балл ставится строго за такую формулу ИПЦ ноутбуком. За стандартную формулу ИПЦ балл НЕ ставится.

Пусть X - старая средняя цена ноутбука, Y - стоимость старой корзины в старых ценах

Средняя цена ноутбука рассчитана как среднее арифметическое из данных в Таблице 1:

Старая цена ноутбука = 800 (+1 балл) Новая цена ноутбука = 880 (+1 балл)

Если ученик привёл расчёт суммарных расходов на ноутбуки в старом (8000) и новом году (8800), то за это ставится балл как за расчёт средних цен.

По условию $X/(X + Y) = 0,2$ (+2 балла) $\Rightarrow Y/(X + Y) = 0,8$

+2 балла ставится за то, что ученик приводит это соотношение и не использует долю в 10% из условия задачи. Информация про долю расходов на ноутбуки в новом году в размере 10% из условия не требовалась для решения ни одного из пунктов.

ИПЦ (корзины с ноутбуком) = $\frac{1,2*Y + 1,1*X}{Y+X} = \frac{0,1*Y}{Y+X} + 1,1 = 1,18$ (+1 балл)

Ответ: ИПЦ меньше на 2 процентных пункта (+1 балл сугубо за знак изменения)

2) Всего 10 баллов.

Линейная зависимость: цена ноутбука = $\sum_1^5 a_{it} * z_{it} + a_{0t}$, где

z_i – значение характеристики ноутбука в период t ;

a_i – цена характеристики ноутбука в период t .

Например, цена 6-го ноутбука в более ранний год:

$$750 = a_{11} * 60 + a_{21} * 65 + a_{31} * 60 + a_{41} * 1 + a_{51} * 0 + a_{01}$$

Цена 6-го ноутбука в более поздний год:

$$824 = a_{12} * 85 + a_{22} * 80 + a_{32} * 85 + a_{42} * 1 + a_{52} * 1 + a_{02}$$

За выписывание хотя бы двух верных уравнений для разных ноутбуков + 4 балла.

Если забыт свободный член a_{0t} , то штраф – 1 балл. Если впоследствии ученик подставил хотя бы в одно дополнительное уравнение (которое не использовалось для нахождения коэффициентов) и проверил, что для него система выполнена, то штраф за отсутствие свободного члена НЕ ставится.

Если система уравнений приведена без различий коэффициентов по годам, то штраф – 2 балла.

Если по приведенным расчётам видно, что ученик использовал для расчётов коэффициентов только данные по характеристикам только из одного года, то этот штраф НЕ применяется.

Решение коэффициентов для двух систем линейных уравнений даёт цены характеристик в таблице ниже.

| Год | Частота процессора | Ёмкость диска | Диагональ экрана | Встроенный микрофон | Встроенная камера | Свободный член |
|---------|--------------------|---------------|------------------|---------------------|-------------------|----------------|
| Ранний | 6 | 4 | 2 | 10 | 20 | 0 |
| Поздний | 4,8 | 3,2 | 1,6 | 8 | 16 | 0 |

За правильно посчитанный свободный член баллов не ставится.

За каждую правильно посчитанную цену характеристики ставится по **+0,5 балла**.

Сделан вывод, что исследователь прав касательно линейной связи **+1 балл**.

3) Всего 11 баллов.

Сформулирован тезис, что следует посчитать среднюю цену ноутбука в старой комплектации, но в новых ценах характеристик **+5 баллов**.

Комментарий: если вместо тезиса строкой выше предложено посчитать среднюю цену ноутбука в новой комплектации в старых ценах только + 3 балла.

Расчёт средней цены старого ноутбука в новых ценах характеристик. Поскольку из таблицы выше можно видеть, что цена каждой характеристики упала в 1,25 раза, а цена ноутбука в более ранний год линейно зависит от значений характеристик, то получается, что средняя цена ноутбука в старой комплектации упала в 1,25 раза. **(+ 4 балла)**

$$\text{ИПЦ (корзины с ноутбуком)} = \frac{1,2*Y+0,8*X}{Y+X} = \frac{0,4*Y}{Y+X} + 0,8 = 1,12 \text{ (+1 балл)}$$

Ответ: ИПЦ меньше ещё на 5 процентных пунктов **(+1 балл за знак изменения)**

*Комментарий: если сформулирован тезис, что из-за роста объёма характеристик стоимость сопоставимого ноутбука будет меньше без самого расчёта ИПЦ, то **+1 балл за знак изменения**.*

*Если же указано, что упадёт, но без, то ставится даже за **верный знак изменения 0 баллов**.*

4) Всего 6 баллов

Проблемы: (1) изменение качества благ в корзине (2) изменение весов во времени из-за эффекта замещения (=переключения в силу изменения цен); (3) появление/исчезновение благ из корзины **(+3 б. за любые две)**.

Если указано, что изменились во времени веса благ без пояснения причин такого изменения, то **+2 балла**. Если же это утверждение в паре с утверждением (2) или (3), то отдельно не оценивается, поскольку повторяет их.

Если указано, что изменились предпочтения, имел место научно-технический прогресс, имеет место проблема наблюдения цен в теневой экономике и при натуральном хозяйстве, то **0 баллов**. Эти утверждения сами по себе являются слишком общими, если же они сопровождались примерами/пояснениями, близкими по смыслу (1), (2) или (3), то оценивались на **полный балл**.

Если указано, что ИПЦ не учитывает неравенство в распределении удара от изменения цен ИЛИ рост дохода, то **0 баллов**, потому что в условии было сформулировано, что «возникают проблемы с оценкой изменения благосостояния домохозяйств в результате ежегодного роста цен».

Задача 3. Такси, такси (35 баллов)

Пункт 1 (8 баллов)

1. Так как решения принимаются последовательно для начала запишем задачу оптимизации таксистов:

$$\pi_T = (28 - Q - r - 6)Q \rightarrow \max_{Q \geq 0} \Rightarrow Q^* = \frac{22 - r}{2}$$

2. Далее запишем задачу оптимизации агрегатора:

$$\pi_A = 100 \cdot \frac{22 - r}{2} \cdot (r - 2) \rightarrow \max_{r \geq 0} \Rightarrow r^* = 12$$

3. Найденное значение r подставим и найдём ответ $P = 23$ и $\pi_A = 5000$

Пункт 2 (17 баллов)

1. Без инвестиций в сокращение издержек, зная из прошлого пункта, что $Q^* = \frac{22 - r}{2}$, прибыль таксиста составит:

$$\pi_T = \left(\frac{22 - r}{2}\right)^2$$

2. Если таксист инвестирует в сокращение издержек, то его прибыль составит:

$$\pi_T = (28 - Q - r - 4)Q - 12 \rightarrow \max_{Q \geq 0} \Rightarrow Q^* = \frac{24 - r}{2} \Rightarrow \pi_T = \left(\frac{24 - r}{2}\right)^2 - 12$$

3. Тогда таксисты инвестируют, если:

$$\left(\frac{24 - r}{2}\right)^2 - 12 \geq \left(\frac{22 - r}{2}\right)^2 \Rightarrow r \leq 11$$

4. Получаем, что если агрегатор оставит $r = 12$, то таксисты не будут инвестировать и его прибыль составит 5000. Если же агрегатор стимулирует таксистов инвестировать, то его задача оптимизации имеет вид:

$$\pi_A = 100 \cdot \frac{24 - r}{2} \cdot (r - 2) \rightarrow \max_{11 \geq r \geq 0}$$

5. Вершина параболы с ветвями вниз достигается при $r = 13$, но ограничения $11 \geq r \geq 0$. Значит, оптимум в $r^* = 11$. При таком r прибыль агрегатора (5850) больше прибыли при $r = 12$.

6. Найденное значение r подставим и найдём ответ $P = 21.5$ и $\pi_A = 5850$

Пункт 3 (10 баллов)

1. $P = r + 6$, так как при данной r агрегатор будет назначать минимальную возможную цену, чтобы увеличить выпуск при данном r и значит увеличить прибыль.

2. Далее запишем задачу оптимизации агрегатора:

$$\pi_A = 100 \cdot Q(r + 6) \cdot (r - 2) = 100(28 - (6 + r))(r - 2) \rightarrow \max_{r \geq 0} \Rightarrow r^* = 12, P = 18$$

3. Цена на конечную услугу сокращается, так как при наличии диктата по итоговым ценам со стороны агрегатора не происходит проблемы двойной маргинализации, то есть у таксистов пропадает рыночная власть к назначению дополнительной наценки на услугу. То есть не происходит "двойной наценки" и значит цена сокращается.

Критерии:

Пункт 1:

1. Шаг 1: +1 балл за запись прибыли (неважно от (Q или от P)), +2 балла за нахождение верного оптимального Q (или P)
2. Шаг 2: +1 балл за запись прибыли от r, +2 балла за нахождение верного оптимального r
3. Шаг 3: +2 балла за верный ответ (за верно найденную цену и прибыль по 1 баллу)

Пункт 2:

1. Шаг 1: Самостоятельно не оценивается.
2. Шаг 2: +1 балл за запись прибыли от r, +2 балла за нахождение верного оптимального Q в зависимости от r
3. Шаг 3: +3 балла за идею сравнения прибылей от r, +3 балла за нахождение верного ограничения на r
4. Шаг 4-5: +1 балл за запись прибыли от r с учетом ограничений, +1 балл за нахождение кандидата в оптимумы $r^* = 13$, +4 балла за нахождение верного оптимального r.
5. Шаг 6: +2 балла за верный ответ (за верно найденную цену и прибыль по 1 баллу)

Пункт 3:

1. Шаг 1: +2 балл за утверждение $P = r + 6$, +2 балла за обоснования
2. Шаг 2: +1 балл за запись прибыли от r, +2 балла за нахождение верного оптимального r, +1 балл за верной найденное P
3. Шаг 3: +2 балл за полностью верное обоснование.

Штрафы:

1. Ответы без обоснования оцениваются в 0 баллов.
2. Отсутствие проверки условия второго порядка в -1 балл за каждое пропущенное условие.
3. За каждую арифметическую ошибку начисляется штраф в 2 балла.
4. При наличие арифметической ошибки, если ошибка не изменила идеи и сложности решения задачи - не начисляются баллы лишь за ошибку в первый раз, а далее работа проверяется с учётом ошибки. Иначе все дальнейшие рассуждения оцениваются в 0 баллов.

5. За любое решение пункта 1 и 2, не учитывающее стратегическое взаимодействие считается идейно неверным и оценивается в 0 баллов.
6. Любое решение пункта 3, в котором последователь максимизирует прибыль без *директивно назначенной цены*, т.е. те случаи, когда в записи прибыли последователя не фигурирует P считается идейно неверным и оценивается в 0 баллов.

Задача 4. Из обезьяны (40 баллов)

Пункт 1 (14 баллов)

1. Старательный школьник получает полезность $U_A = 2(A - 1) + B$, если бы он стал ленивым, то его полезность имела бы вид $U_{A \rightarrow B} = -(A - 1) + 2B + 81$.
2. Ленивый школьник получает полезность $U_B = -A + 2(B - 1) + 101$, если бы он стал старательным, то его полезность имела бы вид $U_{B \rightarrow A} = 2A + (B - 1)$.
3. Тогда по условию $A = X$, а класс будет равновесным при $A > 0$ и $B > 0$, если:

$$\begin{cases} U_A \geq U_{A \rightarrow B} \\ U_B \geq U_{B \rightarrow A} \\ A + B = 200 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2(X - 1) + (200 - X) \geq -(X - 1) + 2(200 - X) + 81 \\ -X + 2(200 - X - 1) + 101 \geq 2X + (200 - X - 1) \end{cases}$$

4. Имеем решение системы: $71 \leq X \leq 75$
5. Отдельно заметим, что если все школьники ленивые или все школьники списывающие, то класс тоже является равновесным. Для этого достаточно сравнить соответствующие полезности.

Итого ответ: $X \in [71; 75] \cup \{0, 200\}$ (за правильный ответ принимается и ответ в предположении что школьники только целые и в предположении что школьники только целочисленные)

Пункт 2 (12 баллов)

1. Чтобы все старательные школьники остались старательными необходимо, чтобы $U_A \geq U_{A \rightarrow B}$. Чтобы все ленивые школьники решили стать старательными $U_B < U_{B \rightarrow A}$ (обратите внимание что знак строгий из условия)
2. Пусть в первой лиге и второй лиге по X_1 и X_2 старательных школьников, тогда условия в терминах X_1 и X_2 имеют вид:

$$\begin{cases} 2(X_1 - 1) + (120 - X_1) \geq -(X_1 - 1) + 2(120 - X_1) + 81 \quad \mathbf{(1)} \\ -X_1 + 2(120 - X_1 - 1) + 101 < 2X_1 + (120 - X_1 - 1) \quad \mathbf{(2)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(X_2 - 1) + (80 - X_2) \geq -(X_2 - 1) + 2(80 - X_2) + 81 \quad \mathbf{(3)} \\ -X_2 + 2(80 - X_2 - 1) + 101 < 2X_2 + (80 - X_2 - 1) \quad \mathbf{(4)} \end{cases}$$

3. Имеем: $X_1 > 55$ и $X_2 > 45$
4. Если в работе предполагались бесконечно делимые школьники, то далее верный ответ: $X = X_1 + X_2 > 100$. Если же предполагались целочисленные школьники, то минимальной количество школьников в каждой лиге это $X_1 = 56$ и $X_2 = 46$, то есть минимальное количество старательных школьников 102.

Пункт 3 (9 баллов)

1. Если в первой лиге старательных школьников меньше либо равно 50, то так как из (1) $X_1 \geq 51$ и из (2) $X_1 > 55$, то в этом случае все участники первой лиге решат стать ленивыми и максимальное количество старательных школьников будет не более 80. Если же в первой лиге больше 50 старательных школьников, то во второй лиге старательных школьников не более 40, но так как из (3) $X_2 \geq 42$ и из (4) $X_2 > 45$, все школьники второй лиге решат стать ленивыми и максимальное количество старательных школьников будет не более 120.
2. Если все старательные школьники будут участниками первой лиге, но максимизируемо число школьников как раз составит 120.

Пункт 4 (5 балла)

1. Из 3 пункта нам нужно хотя бы 2 года, так как за год невозможно сделать всех старательными.
2. Из пункта 3 за первый год мы можем сделать 120 старательных школьников к концу первого года, а из пункта 2 имея 120 старательных школьников мы за год можем сделать всех старательными. Тогда сделать всех старательными за 2 года возможно.

Критерии:

Пункт 1:

1. Шаг 1: +1 балл верную формулировку полезностей в двух случаях
2. Шаг 2: +1 балл верную формулировку полезностей в двух случаях
3. Шаг 3: +4 балла за верную систему от X или эквивалентную.
4. Шаг 4: +4 балла за верное решение системы.
5. Шаг 5: +2 балла за указание того что 0 и 200 тоже подходит, +2 балла за обоснование.

Пункт 2:

1. Шаг 1-2: +6 балла за верные системы на X_1 и X_2 .
2. Шаг 3: +2 балла за верное решение системы.
3. Шаг 4: +4 балла за верное обоснование итогового ответа, из них 1 балл за ответ.

Пункт 3:

1. Шаг 1: +6 баллов за верную оценку максимального количества школьников.
2. Шаг 2: +3 балла за верный пример как получить 120 старательных школьников.

Пункт 4:

1. Шаг 1: +3 баллов за верную оценку количества лет.
2. Шаг 2: +2 балла за верный пример как получить 200 старательных школьников.

Штрафы:

1. Ответы без обоснования оцениваются в 0 баллов.
2. При наличие арифметической ошибки, если ошибка не изменила идеи и сложности решения задачи - не начисляются баллы лишь за ошибку в первый раз, а далее работа проверяется с учётом ошибки. Иначе все дальнейшие рассуждения оцениваются в 0 баллов.
3. Если в решении пунктов 1-3 участник игнорирует условие о том что школьник не учитывает себя же в своей полезности, то участник теряет 10 баллов и далее работа проверяется с учётом ошибки.
4. Если в решении пунктов 1-3 участник игнорирует условие о том что количество школьников каждого типа не меняются, если сам школьник меняет свой тип, то участник теряет 5 баллов и далее работа проверяется с учётом ошибки.
5. Если в решении пунктов 1-3 участник сравнивает полезность ленивых и старательных, вместо того чтобы сравнивать индивидуальные полезности, то участник теряет 10 баллов и далее работа проверяется с учётом ошибки.
6. Если в решение пунктов 2 и 3 допущена ошибка из-за отсутствие строгих знаков, то есть игнорируется условие о том что полезность должна быть строго больше чтобы школьник сменил свой тип, участник теряет 5 баллов и далее работа проверяется с учётом ошибки.
7. Если при решении пункта 2 участник не проверяет условие на то что старательный должны остаться старательными и не доказывает почему в его решении оно не обходимо, начисляется штраф в 5 баллов.