

Задание 1

В 2025 году в Российской Федерации изменилась шкала налога на доходы физических лиц (далее НДФЛ) (см. таблицу ниже).

Доход (млн рублей за год)	Налоговая ставка в 2024 году	Налоговая ставка в 2025 году
До 2,4	13%	13%
От 2,4 до 5	13%	15%
От 5 до 20	15%	18%
От 20 до 50	15%	20%
Свыше 50	15%	22%

Источник: Налоговый кодекс РФ

А) (6 баллов) Насколько больше НДФЛ (в млн руб.) должно заплатить в госбюджет в 2025 году в сравнении с 2024 годом физическое лицо с доходом 15 млн рублей в год?

НДФЛ 2024 = $5 * 0,13 + (15 - 5) * 0,15 = 0,65 + 1,5 = 2,15$ млн рублей (3 балла)

НДФЛ 2025 = $2,4 * 0,13 + (5 - 2,4) * 0,15 + (15 - 5) * 0,18 = 0,312 + 0,39 + 1,8 = 2,502$ млн рублей (3 балла)

На 0,352 млн рублей больше

За каждую арифметическую ошибку -1 балл.

Б) (10 баллов) Приведите по одному аргументу за и против такого повышения НДФЛ

За: снижение неравенства доходов между домохозяйствами (5 баллов)

Против: рост уклонения от уплаты налогов, снижение стимулов к труду, миграция тружеников в другие налоговые юрисдикции (5 баллов)

Рост доходов государства засчитывается как аргумент за только в случае, если в работе прямо указано, что потери мертвого груза, созданные таким повышением налогов, будут хотя бы скомпенсированы положительными внешними эффектами от государственных расходов, осуществленных за счёт этих дополнительных доходов госбюджета

В) (14 баллов) Исследователи нередко пытаются количественно оценить последствия изменения ставок налогов. Было предложено две схемы оценки.

Схема 1: сравнить платежами по НДФЛ одних и тех же физлиц в 2024 и 2025 годах

Схема 2: сопоставить, у какой из двух групп физлиц (с доходом (1) несколько меньше 2,4 млн руб. в 2025 году и (2) несколько больше 2,4 млн руб. в 2025 году) изменились платежи по НДФЛ сильнее в сравнении с доходами этих же двух групп в 2024 году.

Приведите одно преимущество схемы 2 над схемой 1 и два недостатка схемы 2 как подхода к вычислению вклада того, как рост ставки НДС повлиял на величину платежей по НДС.

Преимущество: сопоставление до и после может не учесть влияние прочих факторов (например, роста оплаты труда, вызванного ростом спроса или падения предложения труда) (2 балла), а в 2025 году у тех налогоплательщиков с доходом меньше 2,4 млн руб. ставка НДС НЕ ПОМЕНЯЛАСЬ, а значит, эти две группы скорее будут похожи по воздействию всех прочих факторов (4 балла)

Недостатки: (4 балла за каждый из недостатков)

- 1) результат оценки по схеме 2 нельзя переносить на налогоплательщиков с доходами вдали от границы 2,4 млн руб.
- 2) мог иметь место эффект более раннего получения доходов (например, работник получил «чистыми» столько же ещё в 2024 году в залог его будущей работы), тогда доходы 2024 года окажутся выше как раз из-за воздействия повышения ставки НДС
- 3) не учитывается эффект перехода тех, кто зарабатывал больше 2,4 млн рублей в 2024 году, в группу с доходом менее 2,4 млн рублей

Г) (10 баллов) В исследовательской практике используют показатель налогового клина (доли налогов на оплату труда в суммарных расходах работодателя на найм сотрудников). Приведите одно достоинство и один недостаток использования налогового клина как показателя того, являются ли налоги на оплату труда более или менее обременительными для экономики.

Достоинство: позволяет сопоставлять изменение налогового бремени во времени, поскольку при прочих равных чем выше ставка налога, тем выше налоговое бремя (5 баллов)

Недостаток: (5 баллов)

- рост ставки может приводить к тому, что часть работников вообще прекращают свою трудовую деятельность, тогда налоговый клин для них не наблюдается, а при этом налоговое бремя они несут (пример ошибки выжившего);
- плохо сопоставляет бремя между разными группами работников: при одинаковом клине бремя НДС может различаться из-за разных эластичностей спроса и предложения труда
- не показывает воздействие на другие рынки (например, как рост издержек на оплату труда для работодателей приведёт к росту цен на рынках товаров);
- игнорирует уклонение от уплаты налогов

Задание 2

В маленьком городке помидоры продаются в ларьках на базарах. Ежемесячный рыночный спрос на помидоры имеет вид $Qd = \frac{8000}{P^3}$. Ларьки серьёзно конкурируют между собой по ценам. Для работы ларька необходимо всего две вещи: оплата их аренды и найм продавцов. Срок договора аренды ларька ровно 1 месяц, в течение которого расторгнуть договор аренды невозможно. Количество предлагаемых ларьков равно арендной плате за месяц (**арендная плата и количество ларьков в отличие от других переменных могут быть в этом задании только целыми числами**). Объём продаваемых в *одном* ларьке помидоров (q) зависит от часов работы продавцов (L): $q = \sqrt{L}$. Арендаторам ларьков приходится конкурировать ещё и за продавцов на рынке труда, где остаточное предложение для часов работы в ларьках для продажи помидоров $Ls = 100 * w$, где w – оплата часа работы продавца в ларьке.

А) (18 баллов) Найдите спрос на труд каждого арендатора ларька (зависимость количества часов одновременно от ставки оплаты труда и цены товара), сколько ларьков будут продавать помидоры, какую зарплату будут платить продавцам в ларьках за час их работы и какую арендную плату будут платить за один ларёк в месяц.

Решение: $Pr = P * q - TC = P * \sqrt{L} - w * L - F \rightarrow \max$ по L

$$Ld = \left(\frac{P}{2 * w}\right)^2 \quad (4 \text{ балла})$$

(за отсутствие проверки достаточных условий баллы не снижаются по всей задаче)

Равновесие на рынке аренды ларьков: $n^s = n^d$ $n = F$ (F-арендная плата)

Равновесие на рынке товара: $Q^s = Q^d$ $n * q^s = \frac{8000}{P^3}$

Равновесие на рынке труда: $L^s = L^d$ $100 * w = n * \left(\frac{P}{2 * w}\right)^2$

1 балл за каждое равновесие или эквивалентное утверждение

Вариант 1

В долгосрочном равновесии на рынке товара будет достигаться нулевая экономическая прибыль у каждой фирмы $\rightarrow P = AC$ (2 балла). При этом каждая фирма максимизирует прибыль в условиях совершенной конкуренции $\rightarrow P = MC$ (2 балла)

$$P = AC = MC \quad P = F/q + w * q = 2 * w * q \quad q = \sqrt{\frac{F}{w}} \quad (2 \text{ балла}) \quad P = 2 * \sqrt{F * w}$$

(2 балла)

Равновесие на рынке товара: $n * q^s = \frac{8000}{P^3}$ $F * \sqrt{\frac{F}{w}} = \frac{8000}{(2 * \sqrt{F * w})^3}$ $F^3 * w = 1000$

Равновесие на рынке труда: $100 * w = n * \left(\frac{P}{2 * w}\right)^2$ $100 * w = F * \left(\frac{2 * \sqrt{F * w}}{2 * w}\right)^2$ $100 * w^2 = F^2$

$F = 10 * w \rightarrow F^3 * w = 1000 \rightarrow w = 1$ (1 балл) $n = F = 10$ (2 балла)

$$L = 100 \quad P = 2 * \sqrt{10}$$

Вариант 2

Условие максимизации прибыли $\rightarrow P = MC$ (2 балла) $P = 2 * w * q$ $q^s = P / (2 * w)$

Условие входа - ненулевая прибыль $Pr \geq 0$ (2 балла)

$$Pr = P * q - TC = P^2 / (2 * w) - P^2 / (4 * w) - F = P^2 / (4 * w) - F$$

$P^2 / (4 * w) \geq F$ $P = 2 * \sqrt{F * w}$ (2 балла) дальше проверяется по аналогии с вариантом 1

Допустимы иные решения (например, через число фирм). Они проверяются по аналогии.

Всякая арифметическая ошибка без качественно иного результата приносит штраф -1 балл. Получение неверных ответов для w , n , и F в этом случае не карается.

Б) (8 баллов) Под давлением профсоюзов ввели минимальную оплату труда работы, равную 8 ден. ед. за час работы. Как это повлияет на число ларьков, цены помидор и общее число часов работы продавцов ларьков в *долгосрочном* периоде? На остаточное предложение труда и предложение ларьков введение данного минимума не повлияло.

Равновесие на рынке аренды ларьков: $n^s = n^d$ $n = F$ (F-арендная плата)

Равновесие на рынке товара: $Q^s = Q^d$ $n * q^s = \frac{8000}{P^3}$

Равновесие на рынке труда: $L^s > L^d = L$ $100 * 8 > n * \left(\frac{P}{2 * 8}\right)^2$

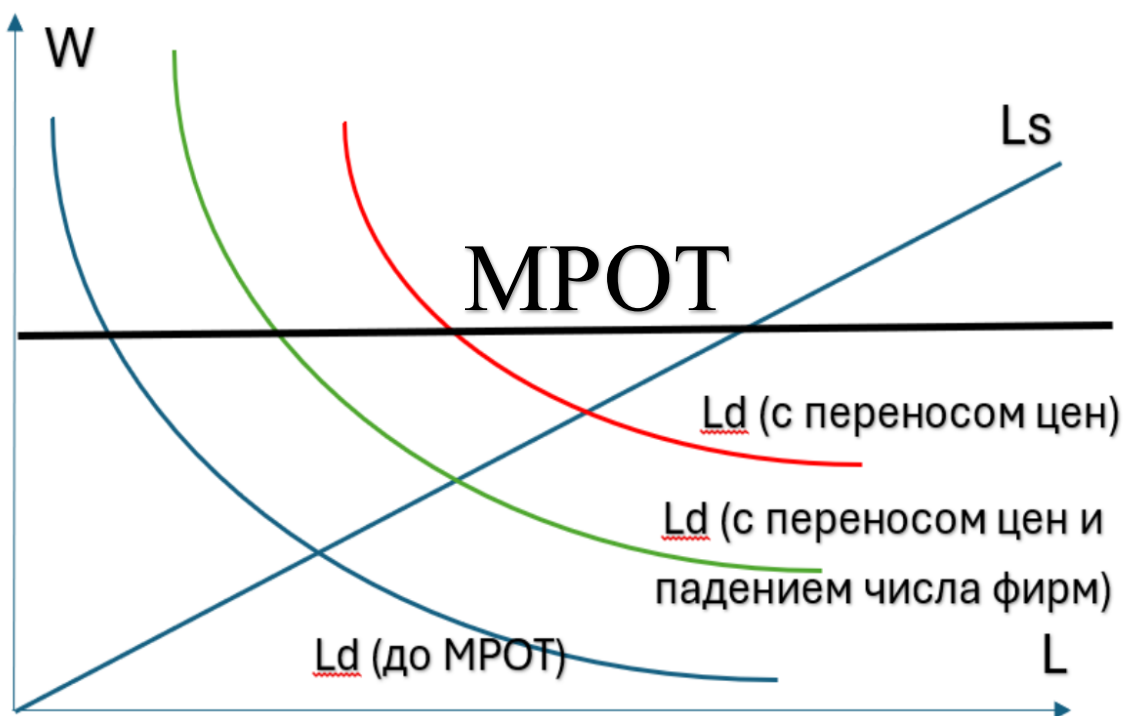
1 балл за каждое равновесие или эквивалентное утверждение

Равновесие на линии спроса на труд -> можно воспользоваться результатами из п. А) (1 балл)

$$q = \sqrt{\frac{F}{8}} \quad P = 2 * \sqrt{F * 8} \quad F * q^s = \frac{8000}{P^3} \quad F * \sqrt{\frac{F}{8}} = \frac{8000}{(2 * \sqrt{F * 8})^3} \quad F = n = 5 \quad (1 \text{ балл})$$

$$L = 25/8 \text{ (упало в 32 раза)} \quad (2 \text{ балла}) \quad P = 4 * \sqrt{10} \text{ (выросла в два раза)} \quad (1 \text{ балл})$$

В) (10 баллов) Приведите графическую иллюстрацию всем изменениям на рынке труда продавцов помидор, произошедших в пункте Б) в сравнении с пунктом А), используя модель спроса и предложения (по оси X отложите часы работы продавцов, а по оси Y – оплату труда за час). Чем и почему в итоге был частично сглажен эффект от введения минимальной оплаты труда на занятость продавцов помидор?



(5 баллов за рисунок выше)

Эффект от введения МРОТ выражается в падении занятости, однако этот эффект ниже за счёт переноса МРОТ в цены ($P = 2 * \sqrt{F * w}$), т.е. на рисунке введение МРОТ приводит к росту спроса на труд! (3 балла за рассуждение)

Тем не менее, рост цен снижает величину спроса на товар, что приводит к снижению числа действующих фирм, а это провоцирует снижение спроса. Однако данный эффект сглажен тем, что уход ларьков снижает арендную плату, что позволяет снизить исход с рынка за счёт снижения выпуска одного ларька. (2 балла за рассуждение)

Г) (4 балла) Может ли в каких-либо условиях (не только в условиях этого задания) введение минимальной оплаты труда иметь обратный знак воздействия, чем в п. Б)? Если да, то приведите пример таких условий.

Ответ: в условиях монополии на рынке труда (3 балла за рассуждение) при оплате труда ниже конкурентного уровня (1 балл за рассуждение)

Задание 3

В одной стране один и тот же товар потребляется и производится только в двух регионах. При этом в каждом регионе работает один-единственный производитель этого товара. Экономисты-аналитики установили, что перевозка стоит одинаково (по 5 ден.ед. за каждую единицу данного товара в любую сторону) и что обе фирмы конкурируют по выпускам, выбирая их одновременно. Помимо этого, они выявили следующие зависимости цен, объёмов производства и ввоза от ставок потоварного налога на потребление в каждом регионе (далее t_a – ставка налога на единицу товара в регионе А, t_b – ставка налога на единицу товара в регионе В).

	Регион А	Регион В
Размер собственного производства в регионе (q)	$q_1 = 22 - \frac{t_a}{5} - \frac{t_b}{5}$	$q_2 = 34 - \frac{2 * t_a}{5} - \frac{2 * t_b}{5}$
Размер ввоза в регион (Im)	$I_{ma} = 17 - \frac{11 * t_a}{30} - \frac{t_b}{30}$	$I_{mb} = 6 + \frac{t_a}{15} - \frac{4 * t_b}{15}$
Цена товара в регионе (P)	$P_a = 27 + \frac{19 * t_a}{30} - \frac{t_b}{30}$	$P_b = 22 - \frac{t_a}{30} + \frac{19 * t_b}{30}$

Примечание: аналитики утверждают, что полученные ими зависимости верны только для положительных значений производства и ввоза

А) (20 баллов) Найдите функции спроса в каждом регионе и функции предельных издержек у каждой фирмы. Исходите из предположения, что вид любой из этих четырёх функций не меняется при неотрицательных количествах.

Нахождение спросов (10 баллов всего)

$$\begin{aligned} \text{Спрос в регионе А: } Q_{da} &= q_1 + I_{ma} - I_{mb} = 22 - \frac{t_a}{5} - \frac{t_b}{5} + 17 - \frac{11*t_a}{30} - \frac{t_b}{30} - \left(6 + \frac{t_a}{15} - \frac{4*t_b}{15}\right) = \\ &= 33 - \frac{19*t_a}{30} + \frac{t_b}{30} \quad (2 \text{ балла}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Спрос в регионе В: } Q_{db} &= q_2 - I_{mb} + I_{ma} = 34 - \frac{2*t_a}{5} - \frac{2*t_b}{5} - \left(17 - \frac{11*t_a}{30} - \frac{t_b}{30}\right) + 6 + \frac{t_a}{15} - \frac{4*t_b}{15} = \\ &= 23 - \frac{19*t_b}{30} + \frac{t_a}{30} \quad (2 \text{ балла}) \end{aligned}$$

Вариант 1: Можно заметить, что $Q_{da} + P_a = 60$ и $Q_{db} + P_b = 45$, это и есть спросы

Вариант 2: Выражаем t_a и t_b через P_a и P_b и подставляем в Q_{da} и Q_{db} . Например

$$\frac{t_b}{30} = 27 + \frac{19 * t_a}{30} - P_a$$

$$Q_{da} = 33 - \frac{19*t_a}{30} + \frac{t_b}{30} = 33 - \frac{19*t_a}{30} + 27 + \frac{19*t_a}{30} - P_a = 60 - P_a$$

За верный подход к поиску спросов 4 балла. За каждую найденную функцию спроса 1 балл.

Если спросы найдены с ошибкой без вычета импорта в другой регион, то снимаются баллы только 4 балла за выражение величин спроса от ставок налогов.

Если линейность спроса предполагалась, но не выводилась, то 3 балла следует вычесть из 6 баллов за нахождение спросов.

Нахождение MC (10 баллов всего)

$$Pr_1 = (P_a - t_a) * q_{1a} + (P_b - t_b - 5) * I_{mb} - TC(I_{mb} + q_{1a}) \rightarrow \max \text{ по } q_{1a} \text{ и } I_{mb}$$

$$Pr_2 = (P_a - t_a - 5) * I_{ma} + (P_b - t_b) * q_{1b} - TC(I_{ma} + q_{1b}) \rightarrow \max \text{ по } q_{1b} \text{ и } I_{ma}$$

$$MR_{1a} = 60 - 2 * q_{1a} - t_a - I_{ma} = MC_1(I_{mb} + q_{1a}) = MR_{1b} = 45 - 2 * I_{mb} - t_b - 5 - q_{2b} \quad (2 \text{ балла})$$

$$MR_{2a} = 60 - 2 * I_{ma} - t_a - 5 - q_{1a} = MC_2(I_{ma} + q_{2b}) = MR_{2b} = 45 - 2 * q_{2b} - t_b - I_{mb} \quad (2 \text{ балла})$$

Выражаем MC через t_a и t_b

$$\begin{aligned} MC_1 &= 45 - 2 * I_{mb} - t_b - 5 - q_{2b} = 45 - 2 * \left(6 + \frac{t_a}{15} - \frac{4 * t_b}{15}\right) - t_b - 5 - \left(34 - \frac{2 * t_a}{5} - \frac{2 * t_b}{5} - \left(17 - \frac{11 * t_a}{30} - \frac{t_b}{30}\right)\right) = 11 - \frac{t_a}{10} - \frac{t_b}{10} \end{aligned}$$

$$q_1 = 22 - \frac{ta}{5} - \frac{tb}{5}$$

$$\frac{ta}{5} = 22 - q_1 - \frac{tb}{5}$$

$$MC_1 = 11 - \frac{ta}{10} - \frac{tb}{10} = 11 - \left(11 - \frac{q_1}{2} - \frac{tb}{10}\right) - \frac{tb}{10} = \frac{q_1}{2}$$

$$MC_2 = 45 - 2 \cdot q_2 - tb - Imb = 45 - 2 \cdot q_2 - tb - Imb = 45 - 2 \cdot \left(34 - \frac{2 \cdot ta}{5} - \frac{2 \cdot tb}{5} - \left(17 - \frac{11 \cdot ta}{30} - \frac{tb}{30}\right)\right) - tb - \left(6 + \frac{ta}{15} - \frac{4 \cdot tb}{15}\right) = 5 \text{ (при любом значении } q_2).$$

За верный подход к поиску MC 4 балла. За каждую найденную функцию MC 1 балл. Если MC найдены с ошибкой без вычета импорта в другой регион, то снимаются баллы только 4 балла за выражение величин спроса от ставок налогов.

Если линейность MC предполагалась, но не выводилась, то 3 балла следует вычесть из 6 баллов за нахождение MC.

Б) (20 баллов) Найдите объемы производства в обоих регионах, которые бы максимизировали сумму излишков потребителей и прибылей фирм. Приведите качественное объяснение полученного результата. Приведите один пример мер государственного регулирования, при помощи которых можно было бы добиться таких значений объемов производства.

Вариант 1: Максимальное благосостояние общества достигается при $P_d = MC$ (2 балла)

При этом следует выбирать производство на том предприятии, где будут достигаться минимальные ТС с учётом и транспортных издержек (4 балла за такое или эквивалентное рассуждение). Тогда в силу симметрии издержек на доставку в первом регионе будет произведено $\frac{q_1}{2} = 5 + 5 \Rightarrow q_1 = 20$, а весь остальной выпуск будет произведён во втором регионе (6 баллов за такое или эквивалентное рассуждение).

MC (для рынка А при оптимальном выпуске) = 10 (2 балла)

MC (для рынка В при оптимальном выпуске) = 5 (2 балла)

$$P_{da} = 10 \quad Q_{da} = 60 - 10 = 50 \quad P_{dv} = 5 \quad Q_{dv} = 45 - 5 = 40$$

$$q_1 = 20 \text{ (1 балл)} \quad q_2 = Q_{da} + Q_{dv} - q_1 = 70 \text{ (1 балл)}$$

Вариант 2: $SW = CS_a + CS_b + PS_1 + PS_2 =$

$$\begin{aligned} &= Q_{da}^2/2 + Q_{dv}^2/2 + (60 - Q_{da}) \cdot Q_{da} + (45 - Q_{dv}) \cdot Q_{dv} - 5 \cdot I_{ma} - 5 \cdot I_{mb} - \frac{q_1^2}{4} - 5 \cdot q_2 = \\ &= 60 \cdot Q_{da} - Q_{da}^2/2 + 45 \cdot Q_{dv} - Q_{dv}^2/2 - 5 \cdot I_{ma} - 5 \cdot I_{mb} - \frac{(Q_{da} - I_{ma} + I_{mb})^2}{4} - 5 \cdot (Q_{dv} - I_{ma} + I_{mb}) = \\ &= 60 \cdot Q_{da} - Q_{da}^2/2 + 40 \cdot Q_{dv} - Q_{dv}^2/2 - 10 \cdot I_{mb} - \frac{(Q_{da} - I_{ma} + I_{mb})^2}{4} \rightarrow \max \text{ по } Q_{di}, I_{mi} \end{aligned}$$

Верная запись излишков потребителей по 1 баллу, излишков производителей по 2 балла

Очевидно, что от импорта в регион В благосостояние падает, поэтому $I_{mb} = 0$ (6 баллов)

$$SW = 60 \cdot Q_{da} - 3 \cdot Q_{da}^2/4 + 40 \cdot Q_{dv} - Q_{dv}^2/2 - \frac{I_{ma}^2}{4} + Q_{da} \cdot I_{ma}/2$$

$$\text{ЭПВН по } Q_{dv} \rightarrow Q_{dv} = 40$$

Аналогично по другим переменным: $Q_{da} = 50$ (1 балл) $I_{ma} = 30$ (1 балл)

$$q_1 = Q_{da} - I_{ma} = 20 \text{ (1 балл)} \quad q_2 = Q_{da} + Q_{dv} - q_1 = 70 \text{ (1 балл)}$$

Если использовались неправильные спросы или MC из п. А), то баллы в п.Б) не снимаются, а решение проверяется при ошибочно найденных спросах и MC. Данная оговорка не действует в двух случаях: 1) спросы с положительным наклоном 2) отсутствуют издержки, кроме транспортных. В последних двух случаях может быть оценено только утверждение, что $P_d = MC$ (2 балла)

Пример регулирования: ввести потолки цен $P_{da} = 10$ и $P_{dv} = 5$ (4 балла)

Если не приведено конкретных значений параметров регулирования, то ставится 0 баллов.

Инвестиции в образование (10-11)

Повышение уровня образования является одним из инструментов, с помощью которых государство может стимулировать экономический рост, повышать уровень жизни населения и снижать социальное неравенство. Инвестиции в образование способствуют формированию квалифицированной рабочей силы, повышают производительность труда и способствуют развитию инновационных отраслей. Поэтому правительства многих стран рассматривают финансирование образования не как расход, а как стратегическую инвестицию в будущее общества и экономики. В этой задаче мы рассмотрим модель выбора образовательной траектории и последствия вмешательства в него государства.

Предположим, что в некоторой стране ежегодно выпускается 140 тысяч школьников. Все выпускники различаются по уровню полученного школьного образования, который обозначим как θ , где θ принимает значения от 0 до 1. Распределение выпускников по уровню школьного образования равномерное. Например, доля выпускников с уровнем образования в диапазоне от $\theta=0.2$ до $\theta=0.5$ составляет $0.5-0.2=0.3$, а их численность равна $0.3 \times 140 = 52$ тысячи человек. Выпускниками с точно заданными значениями (например, ровно $\theta=0.2$ или $\theta=0.5$) можно пренебречь.

В стране существует два университета: престижный и менее престижный. Престижный университет обеспечивает качество образования $s_1 = 2$, а менее престижный — $s_2 = 1$. Стоимость обучения в престижном университете равна p_1 , а в менее престижном — p_2 . Оба университета максимизируют свою прибыль, устанавливая цены на обучение независимо и одновременно, при этом издержки на обучение отсутствуют. Каждый выпускник выбирает один из трёх вариантов:

- обучаться в престижном университете,
- обучаться в менее престижном университете,
- не продолжать обучение вовсе.

Если выпускник с уровнем школьного образования θ решает поступить в университет, то его полезность определяется формулой: $U = s_i \cdot \theta - p_i$, где s_i и p_i , соответствуют выбранному университету. Такая полезность объясняется тем, что выпускники с более высоким уровнем образования получают большую отдачу от высшего образования. Если выпускник не продолжает обучение, его полезность равна нулю. Каждый выпускник стремится максимизировать свою полезность.

(а) (15 баллов) Найдите равновесные цены на высшее образование, которые установят университеты. То есть определите такие значения p_1 и p_2 , при которых ни один из университетов не захочет изменить свою цену, если цена другого университета остается неизменной.

(б) (5 баллов) Государство обеспокоено числом выпускников, не получающих высшее образование, и решает инвестировать в повышение качества. Теперь качество обучения в престижном университете увеличивается до $s_1 = 3$, а в менее престижном — до $s_2 = 2$. Определите, насколько увеличится число выпускников, поступающих в университеты, по сравнению с пунктом (а).

(в) (10 баллов) Теперь предположим, что государство решает не инвестировать в качество образования, а вместо этого делает обучение в менее престижном университете бесплатным ($p_2 = 0$). Будем считать, что каждый студент, получивший высшее образование, приносит положительную полезность государству, причем выпускники престижного университета увеличивают полезность государства на X , а выпускники менее престижного на 10. Найдите максимальное значение X , при котором государству выгоднее предоставлять бесплатно менее престижное образование, чем оставлять ситуацию, описанную в пункте (а), если государство также не несёт никаких издержек на обучение студентов.

(г) (10 баллов) Из пункта (в) следует, что при некоторых X полезность государства выше в ситуации, когда оно не предоставляет бесплатное высшее образование и оставляет систему частного образования как в пункте (а). Используя модель задачи, объясните, почему государство не всегда выигрывает от предоставления бесплатного образования.

Решение:

Решение пункта (а):

1. Определение пороговых значений

Пусть выпускник с уровнем образования θ выбирает между университетами, максимизируя полезность:

$$U_1 = s_1\theta - p_1, \quad U_2 = s_2\theta - p_2$$

Найдём абитуриента, которому безразлично какое образование получать ($\hat{\theta}$):

$$s_1\hat{\theta} - p_1 = s_2\hat{\theta} - p_2$$

$$\hat{\theta}(s_1 - s_2) = p_1 - p_2$$

$$\hat{\theta} = \frac{p_1 - p_2}{s_1 - s_2}$$

Минимальное значение θ_{\min} , при котором выпускник решает учиться в менее престижном университете, находится из условия:

$$s_2\theta_{\min} - p_2 = 0$$

$$\theta_{\min} = \frac{p_2}{s_2}$$

2. Определение спроса на университеты

Число студентов в каждом университете:

$$N_1 = 140(1 - \hat{\theta}), \quad N_2 = 140(\hat{\theta} - \theta_{\min})$$

3. Вывод функций реакции университетов Прибыль университетов:

$$\Pi_1 = p_1 \cdot N_1 = p_1 \cdot 140(1 - \theta)$$

$$\Pi_2 = p_2 \cdot N_2 = p_2 \cdot 140(\theta - \theta_{\min})$$

Подставляем выражения для θ и θ_{\min} :

$$\Pi_1 = p_1 \cdot 140 \left(1 - \frac{p_1 - p_2}{s_1 - s_2} \right)$$

$$\Pi_2 = p_2 \cdot 140 \left(\frac{p_1 - p_2}{s_1 - s_2} - \frac{p_2}{s_2} \right)$$

Максимизируем по p_1 и p_2 , получаем линии реакции:

$$\begin{cases} p_1 = \frac{p_2 + (s_1 - s_2)}{2} \\ p_2 = \frac{s_2}{2s_1} \cdot p_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_1 = \frac{p_2 + 1}{2} \\ p_2 = \frac{p_1}{4} \end{cases}$$

Решая систему уравнений, получаем равновесные цены:

$$p_1^* = \frac{4}{7}, \quad p_2^* = \frac{1}{7}$$

Пороговые значения:

$$\theta_{\min} = \frac{1}{7}, \quad \theta = \frac{3}{7}$$

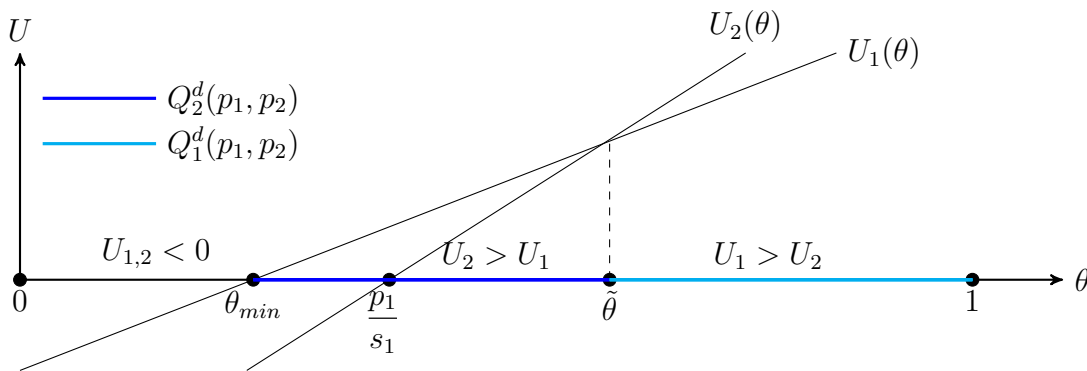
Примечание:

В решении выше не рассмотрены «крайние случаи», когда при выбранных на линии реакции p_1 и p_2 значение каких-то из θ не попадает в область определения. Заметим, что во всех таких случаях не достигается равновесие.

1. Допустим, $\hat{\theta} = \frac{p_1 - p_2}{s_1 - s_2} > 1$, тогда прибыль первого университета равна нулю и если прибыль второго больше нуля, то первый хочет отклониться и понизить цену, иначе – отклониться желает второй.
2. Допустим, что $\theta_{\min} > \hat{\theta}$ или $\theta_{\min} > \frac{p_1}{s_1}$, то есть минимального значения при котором абитуриенту безразлично поступать ли во второй университет. В этом случае прибыль второго университета равна нулю и он хочет отклониться, понизив цену. Понизить цену он может, так как $\frac{s_2}{p_2} > 0$.
3. θ_{\min} не может быть меньше нуля.

Тогда мы имеем, что: $0 < \theta_{\min} < \hat{\theta} < 1$ в равновесии.

Иллюстрация:



Ответ: $p_1^* = \frac{4}{7}, \quad p_2^* = \frac{1}{7}$

Решение пункта (б):

Так как в пункте (а) мы уже решили задачу оптимизации в общем виде, подставим новые значения s :

$$\begin{cases} p_1 = \frac{p_2 + (s_1 - s_2)}{2} \\ p_2 = \frac{s_2}{2s_1} \cdot p_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_1 = \frac{p_2 + 1}{2} \\ p_2 = \frac{p_1}{3} \end{cases} \Rightarrow p_1 = \frac{3}{5}, \quad p_2 = \frac{1}{5}$$

Для пункта (а) количество выпускников, которое не получило образование: $N \cdot \theta_{\min} = 140 \cdot \frac{1}{7} = 20$.

Для пункта (б) количество выпускников, которое не получило образование: $N \cdot \theta_{\min} = 140 \cdot \frac{p_2}{s_2} =$

$$140 \cdot \frac{1/5}{2} = 14.$$

Итого, на 6 тысяч выпускников больше получает образование.

Ответ: 6 тысяч.

Решение пункта (в):

Из линии реакции, полученной в пункте (а):

$$p_1 = \frac{1 + p_2}{2} = \frac{1}{2}$$

Пороговое значение θ_{\min} , при котором студенты начинают поступать в менее престижный университет:

$$\theta_{\min} = \frac{p_2}{s_2} = \frac{0}{1} = 0$$

Пороговое значение $\hat{\theta}$, при котором студенты начинают поступать в престижный университет:

$$\theta = \frac{p_1 - p_2}{s_1 - s_2} = \frac{\frac{1}{2} - 0}{2 - 1} = \frac{1}{2}$$

Определим число студентов в университетах

$$N_1 = 140(1 - \theta) = 140 \left(1 - \frac{1}{2}\right) = 140 \times \frac{1}{2} = 70$$

$$N_2 = 140(\theta - \theta_{\min}) = 140 \left(\frac{1}{2} - 0\right) = 140 \times \frac{1}{2} = 70$$

Вычислим полезности государства в двух ситуациях.

Случай А (из пункта (а)):

$$U_A = 140 \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{7}\right) \cdot 10 + 140 \left(1 - \frac{3}{7}\right) X$$

Случай В (при $p_2 = 0$):

$$U_B = 140 \times \frac{1}{2} \times 10 + 140 \left(1 - \frac{1}{2}\right) X$$

Государству выгоднее делать образование бесплатным, если:

$$U_B \geq U_A$$

Подставляем выражения:

$$140 \times \frac{1}{2} \times 10 + 140 \left(1 - \frac{1}{2}\right) X \geq 140 \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{7}\right) \times 10 + 140 \left(1 - \frac{3}{7}\right) X$$

Решая это неравенство, получаем:

$$X \leq 30$$

Следовательно, максимальное значение X , при котором государству выгодно делать обучение в менее престижном университете бесплатным:

$$X = 30$$

Ответ: $X = 30$.

Решение пункта (г):

Государство не всегда выигрывает от предоставления бесплатного высшего образования, так как это влияет на выбор выпускников между престижным и менее престижным университетами.

Когда обучение в менее престижном университете становится бесплатным, больше студентов выбирают именно этот вариант, а в случае платного образования они могли бы поступить в престижный университет. В результате уменьшается число выпускников с более престижным образованием, что негативно сказывается на полезности государства.

Таким образом, предоставление бесплатного образования не всегда приводит к оптимальному результату. Государству необходимо учитывать баланс между доступностью образования и его качеством, а также влияние на будущие экономические показатели.

Критерии:**(а) 15 баллов:**

1. 2 балла за верно найденное θ_{min} .
2. 3 балла за верно найденное $\hat{\theta}$.
3. 2 балла за верно найденные прибыли фирм от p_1, p_2, s_1 и s_2 .
4. 3 балла за верно найденные линии реакции.
5. 2 балла за верно найденный ответ.
6. 3 балла за упоминание крайних случаев, достаточно указания на то, что в этих случаях невозможно равновесие. Крайними случаями считаются именно рассмотрение прибылей фирм.

(б) 5 баллов:

1. 2 балла за верно найденные новые цены.
2. 3 балла за верно найденный ответ.

(в) 10 баллов:

1. 2 балла за верно найденные новые цены.
2. 2 балла за верно выписанное U_A через X .
3. 2 балла за верно выписанное U_B через X .
4. 1 балл за верно выписанное неравенство на U_A и U_B через X .
5. 3 балла за верно найденный ответ.

(г) 10 баллов:

1. 5 баллов за формулирование идеи о том, что в случае бесплатного образования больше людей выбирает менее престижное и/или меньше людей выбирает более престижное.
2. 5 баллов за указание на то, что в задаче полезность государства от выпускников с престижным образованием выше.

Примечание: любые рассуждения о выгодах, которые не отражены в модели не оцениваются.

Штрафы:

1. 2 балла за арифметическую ошибку, которая не привела к упрощению задачи или изменению экономического смысла модели.
2. 50% баллов за арифметическую ошибку, которая привела к упрощению задачи или изменению экономического смысла с округлением вниз общего балла за пункт.
3. При введении несуществующей в модели предпосылке выставляется штраф в 5 баллов для пункта (г).