Задача 1 «Финансы и романсы»

А) (10 баллов) Найдите платеж в конце каждого периода как функцию от ставки и суммы кредита по первому графику платежей.

При ***любом*** графике платежей верно следующее (K – сумма кредита, i – ставка процента по кредиту, Xj – платёж в конце года):

$K = \frac{X1}{1+i} + \frac{X2}{(1+i)^2} + \frac{X3}{(1+i)^3}$ **(+3 балла за это выражение или эквивалент)**

$X1*(1+i) = X2$ $\quad$ $X2*(1+i) = X3$ **(+4 балла за связь платежей друг с другом)**

$K = \frac{X1}{1+i} + \frac{X1*(1+i)}{(1+i)^2} + \frac{X2*(1+i)^2}{(1+i)^3} = \frac{X1}{1+i} + \frac{X1*(1+i)}{(1+i)^2} + \frac{X2*(1+i)^2}{(1+i)^3} = \frac{X1}{1+i} * 3$

$X1 = \frac{K*(1+i)}{3}$ **(+1 балл)** $\quad$ $X2 = \frac{K*(1+i)^2}{3}$ **(+1 балл)** $\quad$ $X3 = \frac{K*(1+i)^3}{3}$ **(+1 балл)**

Примечание. Если вместо трёх в ответе приведено число периодов (лет), то ставится полный балл.

Б) (20 баллов) Найдите платеж в конце каждого периода как функцию от ставки и суммы кредита по второму графику платежей.

Yj – платёж в конце года по второй схеме

$K = \frac{Y1}{1+i} + \frac{Y2}{(1+i)^2} + \frac{Y3}{(1+i)^3}$ **(+2 балла за это выражение или эквивалент)**

$\frac{Y1-i*K}{Y1} * (1+i) = \frac{Y2-i*((1+i)*K-Y1)}{Y2}$ **(+4 балла за связь платежей в первый и во второй годы)**

$\frac{Y2-i*((1+i)*K-Y1)}{Y2} * (1+i) = \frac{Y3-i*((1+i)^2*K-(1+i)*Y1-Y2)}{Y3}$

(+4 балла за связь платежей в третий и во второй годы)

Решим сначала $\frac{Y1-i*K}{Y1} * (1+i) = \frac{Y2-i*((1+i)*K-Y1)}{Y2}$

$$(1+i) - \frac{i*K}{Y1}*(1+i) = 1 - \frac{i*((1+i)*K-Y1)}{Y2}$$

$$i - \frac{i*K}{Y1}*(1+i) = -\frac{i*((1+i)*K-Y1)}{Y2}$$

$$1 - \frac{K}{Y1}*(1+i) = -\frac{((1+i)*K-Y1)}{Y2}$$

$$1 - \frac{K}{Y1}*(1+i) = -\frac{((1+i)*K-Y1)}{Y2}$$

$$Y1*Y2 - K*(1+i)*Y2 = -K*(1+i)*Y1 + Y1*Y1$$

$$Y1*Y2 - Y1*Y1 - K*(1+i)*Y2 + K*(1+i)*Y1 = 0$$

$$Y1*(Y2-Y1) - K*(1+i)*(Y2-Y1) = 0$$

$$(Y2-Y1)*(Y1 - K*(1+i)) = 0$$

$Y1 < K*(1+i)$, поскольку иначе кредит гасится за первый период, значит, $Y2 = Y1$

(+4 балла за вывод)

Теперь $\frac{Y2-i*((1+i)*K-Y1)}{Y2} * (1+i) = \frac{Y3-i*((1+i)^2*K-(1+i)*Y1-Y1)}{Y3}$

Раз Y1 = Y2, то $\frac{Y2-i*((1+i)*K-Y2)}{Y2} * (1+i) = \frac{Y3-i*((1+i)^2*K-(1+i)*Y2-Y2)}{Y3}$

$$(1+i)^2 - \frac{i*(1+i)^2*K}{Y2} = 1 - \frac{i*(1+i)^2*K - i*(1+i)*Y2 - i*Y2}{Y3}$$

$$(1+i)^2 - 1 - \frac{i*(1+i)^2*K}{Y2} = -\frac{i*(1+i)^2*K - i*(1+i)*Y2 - i*Y2}{Y3}$$

$$2*i+i^2-\frac{i*(1+i)^2*K}{Y2}=-\frac{i*(1+i)^2*K-i*(1+i)*Y2-i*Y2}{Y3}$$
$$2+i-\frac{(1+i)^2*K}{Y2}=-\frac{(1+i)^2*K-(1+i)*Y2-Y2}{Y3}$$
$$(2+i)*Y2*Y3-(1+i)^2*K*Y3=-(1+i)^2*K*Y2+(2+i)*Y2*Y2$$
$$(2+i)*Y2*(Y3-Y2)-(1+i)^2*K*(Y3-Y2)=0$$
$$(Y3-Y2)*\left((2+i)*Y2-(1+i)^2*K\right)=0$$

$(2+i)*Y2<(1+i)^2*K$, поскольку иначе кредит гасится за два периода, значит, $Y2=Y1$ (+4 балла за вывод)

K = $\frac{Y1}{1+i}+\frac{Y2}{(1+i)^2}+\frac{Y3}{(1+i)^3}=\frac{Y1}{1+i}+\frac{Y1}{(1+i)^2}+\frac{Y1}{(1+i)^3}$

Y1 = Y2 = Y3 = $\frac{K*i*(1+i)^3}{((1+i)^3-1}=\frac{K*i}{1-(1+i)^{-3}}$

(+2 балла за любое из двух выражений или эквивалент)

Примечание. Приведённое выше доказательство верно, если срок кредита от 3 лет и более, поэтому для получения полного балла было достаточно получить, что платежи в первые 3 периода равны. Если в финальном выражении вместо 3 будет приведен срок кредита как параметр, то ставится полный балл.

B) (10 баллов) Пусть у Макара нет собственных средств на первоначальные вложения в проект, но проект будет генерировать достаточно денежных средств на все остальные расходы в другие периоды при обоих графиках платежей. Какой график платежей будет выгоднее при ставке дисконтирования 20% годовых и ставке по кредиту 44% годовых? Обе схемы кредита дают положительную чистую приведенную стоимость при реализации проекта.

NPV (при первой схеме) = B + K – $(\frac{X1}{1,2}+\frac{X2}{(1,2)^2}+\frac{X3}{(1,2)^3})$

NPV (при второй схеме) = B + K – $(\frac{Y}{1,2}+\frac{Y}{(1,2)^2}+\frac{Y}{(1,2)^3})$

B – приведенные к текущему периоду чистые выгоды от реализации проекта без учёта суммы кредита и платежей по нему

Таким образом, следует выбрать такую схему кредита, при которой приведенная стоимость платежей по кредиту будет меньше **(+3 балла за этот вывод или его эквивалент)**

$\frac{X1}{1,2}+\frac{X2}{(1,2)^2}+\frac{X3}{(1,2)^3}\ vs.\ \frac{Y}{1,2}+\frac{Y}{(1,2)^2}+\frac{Y}{(1,2)^3}$

$\frac{K*(1+i)}{3*1,2}+\frac{K*(1+i)^2}{3*(1,2)^2}+\frac{K*(1+i)^3}{3*(1,2)^3}\ vs.\ \frac{K*i*(1+i)^3}{((1+i)^3-1}(\frac{1}{1,2}+\frac{1}{(1,2)^2}+\frac{1}{(1,2)^3})$

$\frac{1,44}{3*1,2}+\frac{(1,44)^2}{3*(1,2)^2}+\frac{(1,44)^3}{3*(1,2)^3}\ vs.\ \frac{0,44*(1,44)^3}{((1,44)^3-1}(\frac{1}{1,2}+\frac{1}{(1,2)^2}+\frac{1}{(1,2)^3})$

(+3 балла за правильные подстановки)

$1,2+(1,2)^2+(1,2)^3\ vs.\ \frac{3*(1,44)^3}{(1,44)^2+1,44+1}(\frac{1}{1,2}+\frac{1}{(1,2)^2}+\frac{1}{(1,2)^3})$

$(1,2+(1,2)^2+(1,2)^3)*(1+(1,2)^2+(1,2)^4)\ vs.\ 3*((1,2)^6+(1,2)^4+(1,2)^3)$

$$(1,2)^7+(1,2)^6+2*(1,2)^5+(1,2)^4+2*(1,2)^3+(1,2)^2+1,2\ vs.\ 3*((1,2)^6+(1,2)^4+(1,2)^3)$$
$$(1,2)^7+(1,2)^6-(1,2)^5-2*(1,2)^4-(1,2)^3+(1,2)^2+1,2\ vs.\ 0$$
$$(1,2)^5*((1,2)^2-1)+(1,2)^4*((1,2)^2-1)-(1,2)^2*((1,2)^2-1)-1,2*(1,2)^2-1)\ vs.\ 0$$
$$(1,2)^5+(1,2)^4-(1,2)^2-1,2>0$$

Первая схема менее выгодна (+4 балла за вывод)

Задача 2 «Волшебная субсидия из глубины новоборисийских руд»

А) (24 балла) Государство решило сократить расходы на субсидирование, однако обеспокоено тем, что это ухудшит благосостояние бедной группы потребителей. Исследователи предложили неожиданное решение. Продавать монополии ежепериодно информацию о том, к какой группе относится каждый потребитель и не субсидировать вовсе. Определите максимальную сумму, которую готова платить фирма за такую информацию

<u>За отсутствие проверки достаточных условий баллы не снимаются во всей задаче.</u>

$$P = P1 = 23 + \frac{8}{25} * b$$

$$S = b * Q2 = 32 * b + \frac{272}{25} * b^2 \ \textit{(+1 балл)}$$

$$Q2 = 32 + \frac{272}{25} * b = 32 + 16 * \frac{17}{25} * b$$

$$P2 = P1 - b = 32 - \frac{17}{25} * b$$

$$Q2 = 400 - 16 * P2 \ \textit{(+3 за спрос)}$$

$$Q1 = a - k * P1 \ \textit{(+1 за спрос)}$$

Продаёт обеим группам без дискриминации

$$Pr = P*(400 - 16 * (P - b) + a - k * P) - TC(400 - 16 * (P - b) + a - k * P)$$

(+1 за прибыль)

$Pr'P = 0 = (400 + a + 16*b - (16+k)*P - TC(400 + a + 16 * b - (16 + k) * P))'P =$

$= 400 + a + 16*b - 2*(16+k)*P - MC * (-16 - k)$

$MC * (16 + k) = 2*(16+k)*P - (400 + a + 16*b)$ *(+3 балла за оптимизацию)*

$Pr = 25 * (11 + \frac{8}{25} * b)^2 = 25 * (P - 12)^2$

$P*(400 + 16 * b + a - (k + 16) * P) - TC(400 + 16 * b + a - (k + 16) * P) = 25 * (P - 12)^2$

(+2 балла за эквивалентность двух прибылей)

$TC = (400 + a + 16 * b) * P - (16 + k) * P^2 - 25 * (P - 12)^2$

Это верно при $10 > b \geq 25/4$ -> при любом (в том числе малом) изменении b на этом участке равенство должно сохраняться.

Тогда обе части равенства должны одинаково прореагировать на малое изменение b (т.е. на взятие производной по b).

$MC*(16 - (k + 16) * P'b) = (400 + a + 16 * b) * P'b + 16 * P - 2 * (16 + k) * P * P'b - 50 * (P - 12) * P'b$

$$P'b = \left(23 + \frac{8}{25} * b\right)'b = \frac{8}{25} \ \textit{(из таблицы)}$$

$MC*(16 - (k + 16) * 8/25) = (400 + a + 16 * b) * 8/25 + 16 * P - 2 * (16 + k) * P * 8/25 - 50 * (P - 12)) * 8/25 = (400 + a + 50 * 12) * \frac{8}{25} + 16 * b * \frac{8}{25} + 16 * P - 2 * (16 + k) * P * 8/25 - 50 * P * 8/25$

Совместим с условием оптимизации фирмы

$MC*(16 + k) = 2*(16+k)*P - (400 + a + 16*b)$

$MC*(16 - (k + 16) * 8/25) = (400 + a + 600) * \frac{8}{25} + 16 * b * \frac{8}{25} - 2 * (16 + k) * P * 8/25$

Помножим нижнее уравнение на 25/8 и сложим оба уравнения

$MC*(16 + k) = 2*(16+k)*P - (400 + a + 16*b)$

$MC*(16 * 25/8 - (k + 16)) = (400 + a + 600) + 16 * b - 2 * (16 + k) * P$

$50*MC = 600$ -> $MC = 12$ на $10 > b \geq 25/4$ *(+7 баллов за вывод)*

MC = 12 = const *(+1 балл за вывод)*

Комментарии.

Если издержки предполагаются линейными без обоснования, то баллы за MC (+6 и +1) не ставятся.

Поскольку предельные издержки постоянны, то должен получиться вывод, что цена продажи и количество для первой (более богатой) группы останутся такими же, что и без дискриминации. Тогда прибыль от первой группы не поменяется (+3 балла). Если этот вывод прослеживается по полученным численным значениям без его формулировки в явном виде, то эти баллы ставятся без штрафа.

Следовательно, максимальный размер платежа равен прибыли от второй группы

Pr2 = (P2-4)*$(400 - 16 * P2)$ = (P2-4)*$16 * (25 - P2)$ = (ЭППВн и P2 = 14,5) =

= $(10{,}5)$*$16 * (10{,}5) =$ 1764 (+3 баллов)

Б) (5 баллов) Объясните, почему механизм из п Б) с меньшими бюджетными расходами позволяет увеличить благосостояние бедной группы потребителей.

Потому что при отсутствии дискриминации более бедная группа не *покупала бы вовсе/меньше* (+2 балла), а при её наличии фирма может продавать более бедной группе, *не снижая цены* для первой группы (+3 балла)

В) (5 баллов) Всмотритесь в характер воздействия субсидии на цену продажи при всех размерах. Какой парадоксальный результат можно увидеть в данных? Объясните, откуда он возникает.

Парадокс в том, что при предоставлении субсидии, начиная с 5/4, цена продажи падала, т.е. при ***росте спроса*** (за счёт более бедной группы) **падает цена**! (+3 балла). Связано этом со входом группы потребителей, что делает общий спрос более чувствительным к цене (+2 балла)

Г) (6 баллов) Достройте зависимости из таблицы для $b \geq 10$

При высоких значениях субсидии может продавать только второй группе **(+1 балл за тезис)**

Pr = (P-12)*16*(25 - P + b) -> max по P

Вершина параболы при P = 18,5 + b/2 **(+1 за вывод данной зависимости)**

S = b*Q = b*(400-16*P + 16*b) = 104*b +8*b^2 **(+1 за вывод данной зависимости)**

Pr(2) = 16*$(6{,}5 + b/2)^2$ **(+1 за вывод данной зависимости)**

Сравним прибыли (+1 балл за верное сопоставление прибылей ниже)

Pr(1+2) > Pr(2) => 25*$(11 + 8*b/25)^2$ > 16*$(6{,}5 + b/2)^2$ => b < 72,5 **(+1 балл за значение)**

	$b < 25/4$	$72{,}5 > b \geq 25/4$	$b \geq \mathbf{72{,}5}$
Цена продажи (P)	31	$23 + \frac{8}{25} * b$	$18{,}5 + \frac{b}{2}$
Величина расходов на субсидию (S)	0	$32 * b + \frac{272}{25} * b^2$	$104 * b + 8 * b^2$
Прибыль компании (Pr)	3249	$25 * (11 + \frac{8}{25} * b)^2$	$16 * (6{,}5 + \frac{b}{2})^2$

Задача 3 «Переносы»

А) Изначально функция прибыли: $PR=(120-q)*q-0,5*q^2$; Это – парабола ветвями вниз (как и все последующие функции прибыли), следовательно, максимум – в вершине:

<u>q*=40</u>; P*=80; PR*=2400

Задачу можно было также и решить через приравнивание предельных величин. MR=120-2q; MC=q => 120-2q=q => q*=40

2 балла ставилось за формулировку задачи фирмы (приравнивание предельных или выписывание прибыли с задачей максимизации).

2 балла за правильный ответ

Б) Рассмотрим все 9 вариантов «решение о пошлине – страна расположения сада»

Далее возможны три интерпретации условия. Все три интерпретации засчитывались:

(1) **<u>Плата 600 существует в любом случае</u>**

I. Пошлина не введена

Если сад – в стране А, $PR=(120-q)*q-q^2-600$; q*=30; P*=90; PR*=1800-600=1200. Кстати, эта величина никак не зависит от пошлин, поскольку при расположении сада в стране А, импорт не происходит

Если сад – в стране B, оптимизация устроена аналогично пункту А, но с поправкой на издержки переноса сада, PR*=2400-600=1800

Если сад – в стране С, всё в точности совпадает с пунктом А, PR=2400

II. Введена пошлина на импорт из страны С

Если сад – в стране А, PR=1200

Если сад – в стране B, PR=1800, ведь на страну B пошлина по-прежнему не действует

Если сад – в стране С, $PR=(120-q-t)*q-0,5*q^2$; q*=40-t/3; P*=80+t/3; PR=2400-40t+(t^2)/6

III. Введена пошлина на любой импорт

Если сад – в стране А, PR=1200

Если сад – в стране B, PR=2400-40t+(t^2)/6-600=1800-40t+(t^2)/6, т.к. оптимизация аналогична оптимизации для сада в стране С с пошлиной, с поправкой на издержки переноса сада

Если сад – в стране С, $PR=(120-q-t)*q-0,5*q^2$; q*=40-t/3; P*=80+t/3; PR=2400-40t+(t^2)/6

Соберём все полученные результаты в табличку:

Оптимальная прибыль фирмы	Полшины нет	Пошлина на импорт из С	Пошлина на любой импорт	*Минимальная прибыль*
Сад в стране А	1200	1200	1200	*1200*
Сад в стране B	1800	1800	1800-40t+(t^2)/6	*1800-40t+(t^2)/6*
Сад в стране С	2400	2400-40t+(t^2)/6	2400-40t+(t^2)/6	*2400-40t+(t^2)/6*

Заметим, что 2400-40t+(t^2)/6 > 2400 только при t>240, что при резервной цене спроса является запретительной пошлиной и потому такой вариант можно не рассматривать

Минимальная прибыль в стране B меньше, чем в стране С при любом значении t, так что остаётся сравнить прибыли в странах А и С. Переносить завод в А стоит, если:

1200>2400-40t+(t^2)/6

$(t^2)/6-40t+1200<0$

$D=1600-1200=400$

$t=(40+-20)/(1/3)=180$ или 60

То есть, **при $t<60$ сад будет расположен в стране С, а при $t\geq 60$ в стране А**

(2) **<u>Плату 600 надо платить только в том случае, если какая-либо пошлина была введена</u>**

I. Пошлина не введена

Если сад – в стране А, $PR=(120-q)*q-q^2-600$; $q^*=30$; $P^*=90$; $PR^*=1800$. Кстати, эта величина никак не зависит от пошлин, поскольку при расположении сада в стране А, импорт не происходит

Если сад – в стране В, оптимизация устроена аналогично пункту А , $PR^*=2400$

Если сад – в стране С, всё в точности совпадает с пунктом А, $PR=2400$

II. Введена пошлина на импорт из страны С

Если сад – в стране А, $PR=1200$

Если сад – в стране В, $PR=1800$, ведь на страну В пошлина по-прежнему не действует

Если сад – в стране С, $PR=(120-q-t)*q-0{,}5*q^2$; $q^*=40-t/3$; $P^*=80+t/3$; $PR=2400-40t+(t^2)/6$

III. Введена пошлина на любой импорт

Если сад – в стране А, $PR=1200$

Если сад – в стране В, $PR=2400-40t+(t^2)/6-600=1800-40t+(t^2)/6$, т.к. оптимизация аналогична оптимизации для сада в стране С с пошлиной, с поправкой на издержки переноса сада

Если сад – в стране С, $PR=(120-q-t)*q-0{,}5*q^2$; $q^*=40-t/3$; $P^*=80+t/3$; $PR=2400-40t+(t^2)/6$

Соберём все полученные результаты в табличку:

Оптимальная прибыль фирмы	Полшины нет	Пошлина на импорт из С	Пошлина на любой импорт	*Минимальная прибыль*
Сад в стране А	1800	1200	1200	*1200*
Сад в стране В	2400	1800	1800-40t+(t^2)/6	*1800-40t+(t^2)/6*
Сад в стране С	2400	2400-40t+(t^2)/6	2400-40t+(t^2)/6	*2400-40t+(t^2)/6*

Заметим, что $2400-40t+(t^2)/6 > 2400$ только при $t>240$, что при резервной цене спроса является запретительной пошлиной и потому такой вариант можно не рассматривать

Минимальная прибыль в стране В меньше, чем в стране С при любом значении t, так что остаётся сравнить прибыли в странах А и С. Переносить завод в А стоит, если:

$1200>2400-40t+(t^2)/6$

$(t^2)/6-40t+1200<0$

$D=1600-1200=400$

$t=(40+-20)/(1/3)=180$ или 60

То есть, **при $t<60$ сад будет расположен в стране С, а при $t\geq 60$ в стране А**

(3) **Плата 600 не выплачивается никогда:** согласно условию, взаимодействие устроено так, что фирма принимает решение о переезде ДО того, как вводится пошлина. Строго говоря именно такое решение соответствует условию задачи, но жюри приняло решение засчитывать и предыдущие два без штрафов

I. Пошлина не введена

Если сад – в стране А, PR=(120-q)*q-q^2-600; q*=30; P*=90; PR*=1800. Кстати, эта величина никак не зависит от пошлин, поскольку при расположении сада в стране А, импорт не происходит

Если сад – в стране В, оптимизация устроена аналогично пункту А, но с поправкой на издержки переноса сада, PR*=2400

Если сад – в стране С, всё в точности совпадает с пунктом А, PR=2400

II. Введена пошлина на импорт из страны С

Если сад – в стране А, PR=1800

Если сад – в стране В, PR=2400, ведь на страну В пошлина по-прежнему не действует

Если сад – в стране С, PR=(120-q-t)*q-0,5*q^2; q*=40-t/3; P*=80+t/3; PR=2400-40t+(t^2)/6

III. Введена пошлина на любой импорт

Если сад – в стране А, PR=1800

Если сад – в стране В, PR=2400-40t+(t^2)/6=2400-40t+(t^2)/6, т.к. оптимизация аналогична оптимизации для сада в стране С с пошлиной

Если сад – в стране С, PR=(120-q-t)*q-0,5*q^2; q*=40-t/3; P*=80+t/3; PR=2400-40t+(t^2)/6

Соберём все полученные результаты в табличку:

Оптимальная прибыль фирмы	Полшины нет	Пошлина на импорт из С	Пошлина на любой импорт	*Минимальная прибыль*
Сад в стране А	1800	1800	1800	*1800*
Сад в стране В	2400	2400	2400-40t+(t^2)/6	*2400-40t+(t^2)/6*
Сад в стране С	2400	2400-40t+(t^2)/6	2400-40t+(t^2)/6	*2400-40t+(t^2)/6*

Заметим, что 2400-40t+(t^2)/6 > 2400 только при t>240, что при резервной цене спроса является запретительной пошлиной и потому такой вариант можно не рассматривать

Минимальная прибыль в стране В меньше, чем в стране С при любом значении t, так что остаётся сравнить прибыли в странах А и С. Переносить завод в А стоит, если:

1800>2400-40t+(t^2)/6

Решением данного неравенства является интервал $120 - 60\sqrt{3} < t < 120 + 60\sqrt{3}$

.То есть, **при t<$\mathbf{120 - 60\sqrt{3}}$ сад будет расположен в стране С, а при t≥$\mathbf{120 + 60\sqrt{3}}$ в стране А**

По 2 балла ставилось за нахождение прибыли в каждом из сочетаний «страна – вид пошлины» (итого 18). При этом не важно, находил ли участник отдельно прибыль для каждого из девяти вариантов, или сразу обосновывал, что в некоторых случаях она совпадает и находил для них вместе. В таком случае баллы ставились и за те случаи, которые были обосновано отброшены участником.

3 баллf за корректное описание и применение минимаксного критерия, даже если до этого были получены некорректные значения прибылей

3 балла за правильный ответ (ставится только при корректном решении на всех этапах этого пункта)

В) Посчитаем ожидаемую прибыль от размещения сада в каждой из стран:

(1) <u>Плата 600 существует в любом случае</u>

Оптимальная прибыль фирмы	Полшины нет	Пошлина на импорт из С	Пошлина на любой импорт	*Ожидаемая прибыль*
Сад в стране А	1200	1200	1200	*1200*
Сад в стране В	1800	1800	1800-40t+(t^2)/6	*1800-(20/3)t+(t^2)/72*
Сад в стране С	2400	2400-40t+(t^2)/6	2400-40t+(t^2)/6	*2400-(110/3)t+(11/72)*t^2*

Остаётся сравнить три получающиеся прибыли:

Получится, что оставлять завод в стране С стоит при $t \le 22$, переносить в страну В при $t \ge 23$. Переносить в страну А имело бы смысл при пошлине больше 120, но тогда производство не имеет смысла.

Ответ: при $t \le 22$ в стране С, а при $t \ge 23$ в стране В

(2) <u>Плату 600 надо платить только в том случае, если какая-либо пошлина была введена</u>

Оптимальная прибыль фирмы	Полшины нет	Пошлина на импорт из С	Пошлина на любой импорт	*Ожидаемая прибыль*
Сад в стране А	1800	1200	1200	*1250*
Сад в стране В	2400	1800	1800-40t+(t^2)/6	*1850-(20/3)t+(t^2)/72*
Сад в стране С	2400	2400-40t+(t^2)/6	2400-40t+(t^2)/6	*2400-(110/3)t+(11/72)*t^2*

Остаётся сравнить три получающиеся прибыли:

Получится, что оставлять завод в стране С стоит при $t \le 22$, переносить в страну В при $t \ge 23$. Переносить в страну А имело бы смысл при пошлине больше 120, но тогда производство не имеет смысла.

Ответ: при $t \le 22$ в стране С, а при $t \ge 23$ в стране В

(3) Плата 600 не выплачивается никогда

Оптимальная прибыль фирмы	Полшины нет	Пошлина на импорт из С	Пошлина на любой импорт	*Ожидаемая прибыль*
Сад в стране А	1800	1800	1800	*1800*
Сад в стране В	2400	2400	2400-40t+(t^2)/6	*2400-(20/3)t+(t^2)/72*
Сад в стране С	2400	2400-40t+(t^2)/6	2400-40t+(t^2)/6	*2400-(110/3)t+(11/72)*t^2*

Остаётся сравнить три получающиеся прибыли:

Получится, что при $t < 108 - 6\sqrt{214}$ выбираем **С**; при $108 - 6\sqrt{214} < t < 120$ выбираем **В**; при $120 < t < 120 + \frac{60\sqrt{231}}{11}$ выбираем **А**; при $t > 120 + \frac{60\sqrt{231}}{11}$ выбираем **С**

По 2 балла ставилось за ожидаемую прибыль в каждой стране

6 баллов за верное нахождение ответа

Если была допущена арифметическая ошибка, то не ставились баллы за соответствующую прибыль, остальная задача проверялась с учетом этой арифметической ошибки

За отсутствие обоснования достаточного условия максимума баллы не снижались

Задача 4 «Казнить нельзя помиловать»

(А) Если студент списывает, его ожидаемый выигрыш равен

$W_S = (1 - p) \cdot 100 + p \cdot (-50) = 100 - 150p.$

При $p = \frac{3}{4}$ получаем $W_S = -12{,}5$.

Если студент не списывает, его ожидаемый выигрыш равен

$W_N = q \cdot (-50) + (1 - q) \cdot 0 = -50q.$

Студент выбирает списывать, если $W_S \geq W_N$, то есть

$$-12.5 \geq -50q \leftrightarrow q \geq 1/4$$

(Б) При достаточно большом q усиливаются негативные стимулы к честному поведению: риск понести наказание независимо от действий студента снижает выгоду от соблюдения правил, вследствие чего списывание становится доминирующей по ожидаемому выигрышу стратегией.

(В) При $q = 0$ ожидаемые выигрыши равны

$W_S = 100 - 150p, \qquad W_N = 0.$

Студент списывает, если

$$100 - 100p \geq 0 \leftrightarrow p \leq 2/3$$

(Г) Рост вероятности обнаружения списывания увеличивает ожидаемые издержки недобросовестного поведения, что снижает ожидаемый выигрыш от списывания; при достаточно большом p соблюдение правил становится для студента экономически рациональной стратегией.

(Д) Если преподаватель выбирает стратегию «не ловить», то студент гарантированно выбирает списывание, так как отсутствует риск наказания. В этом случае экзамен проходит несправедливо, и полезность преподавателя равна -100.

Если преподаватель выбирает стратегию «ловить», то ожидаемая полезность преподавателя равна

$$U_T = \begin{cases} -100(1-p) + 100p = 200p - 100, \text{если студент списывает} \\ 100(1-q) + (-100)q = 100 - 200q, \text{если студент не списывает} \end{cases}$$

В обоих случаях выполняется неравенство

$U_T > -100$, следовательно, стратегия «ловить» даёт преподавателю более высокий ожидаемый выигрыш по сравнению со стратегией «не ловить».

Критерии оценивания.

(А) 10 баллов

- **(6 баллов)** Корректно составлены ожидаемые выигрыши студента для обеих стратегий (списывать / не списывать – по 3 балла) с учётом вероятностей p и q.
- **(2 балла)** Выписано корректное неравенство, то есть условие сравнения ожидаемых выигрышей, задающее пороговое значение параметра q
- **(2 балла)** Дан верный итоговый ответ (корректно указана область значений q и соответствующий выбор/исход).

(Б) **6 баллов**

- **(3 балла)** Дано экономически осмысленное объяснение роли q (интерпретация как вероятности ошибочного обвинения и связанного с этим риска наказания при честном поведении).
- **(3 балла)** Приведён аргумент связывающий рост/уменьшение q с изменением стимулов к честному поведению и сравнением ожидаемых выигрышей.

(В) **8 баллов**

- **(4 балла)** При $q = 0$ корректно записаны ожидаемые выигрыши студента для обеих стратегий как функции параметра p. (по 2 балла за случай)
- **(4 балла)** Проведено корректное сравнение и найден порог по p, сформулирован вывод о выборе стратегии в зависимости от p.

(Г) **6 баллов**

- **(3 балла)** Дано экономически осмысленное объяснение роли p (интерпретация как вероятности быть пойманным и роста ожидаемых издержек списывания).
- **(3 балла)** Приведён один чёткий аргумент рациональности, связывающий изменение p с изменением привлекательности списывания через ожидаемый выигрыш.

(Д) **10 баллов**

- **(2 балла)** Корректно описаны последствия стратегии преподавателя «не ловить» с учётом того, что студенты знают решение преподавателя (определён выбор студента и полезность преподавателя).
- **(4 балла)** Корректно составлена ожидаемая полезность преподавателя при стратегии «ловить» в зависимости от того, списывает студент или нет.
- **(2 балла)** Выполнено корректное сравнение «ловить» и «не ловить».

(2 балла) Дан верный ответ