Задача 1 «Финансы и романсы»

А) (10 баллов) Найдите платеж в конце каждого периода как функцию от ставки и суммы кредита по первому графику платежей.

При ***любом*** графике платежей верно следующее (K – сумма кредита, i – ставка процента по кредиту, Xj – платёж в конце года):

$K = \frac{X1}{1+i} + \frac{X2}{(1+i)^2} + \frac{X3}{(1+i)^3}$ **(+3 балла за это выражение или эквивалент)**

$X1*(1+i) = X2$ $X2*(1+i) = X3$ **(+4 балла за связь платежей друг с другом)**

$K = \frac{X1}{1+i} + \frac{X1*(1+i)}{(1+i)^2} + \frac{X2*(1+i)^2}{(1+i)^3} = \frac{X1}{1+i} + \frac{X1*(1+i)}{(1+i)^2} + \frac{X2*(1+i)^2}{(1+i)^3} = \frac{X1}{1+i} * 3$

$X1 = \frac{K*(1+i)}{3}$ **(+1 балл)** $X2 = \frac{K*(1+i)^2}{3}$ **(+1 балл)** $X3 = \frac{K*(1+i)^3}{3}$ **(+1 балл)**

Примечание. Если вместо трёх в ответе приведено число периодов (лет), то ставится полный балл.

Б) (20 баллов) Найдите платеж в конце каждого периода как функцию от ставки и суммы кредита по второму графику платежей.

Yj – платёж в конце года по второй схеме

$K = \frac{Y1}{1+i} + \frac{Y2}{(1+i)^2} + \frac{Y3}{(1+i)^3}$ **(+2 балла за это выражение или эквивалент)**

$\frac{Y1-i*K}{Y1} * (1+i) = \frac{Y2-i*((1+i)*K-Y1)}{Y2}$ **(+4 балла за связь платежей в первый и во второй годы)**

$\frac{Y2-i*((1+i)*K-Y1)}{Y2} * (1+i) = \frac{Y3-i*((1+i)^2*K-(1+i)*Y1-Y2)}{Y3}$

(+4 балла за связь платежей в третий и во второй годы)

Решим сначала $\frac{Y1-i*K}{Y1} * (1+i) = \frac{Y2-i*((1+i)*K-Y1)}{Y2}$

$$(1+i) - \frac{i*K}{Y1} * (1+i) = 1 - \frac{i*((1+i)*K-Y1)}{Y2}$$

$$i - \frac{i*K}{Y1} * (1+i) = -\frac{i*((1+i)*K-Y1)}{Y2}$$

$$1 - \frac{K}{Y1} * (1+i) = -\frac{((1+i)*K-Y1)}{Y2}$$

$$1 - \frac{K}{Y1} * (1+i) = -\frac{((1+i)*K-Y1)}{Y2}$$

$$Y1*Y2 - K*(1+i)*Y2 = -K*(1+i)*Y1 + Y1*Y1$$

$$Y1*Y2 - Y1*Y1 - K*(1+i)*Y2 + K*(1+i)*Y1 = 0$$

$$Y1*(Y2-Y1) - K*(1+i)*(Y2-Y1) = 0$$

$$(Y2-Y1)*(Y1 - K*(1+i)) = 0$$

$Y1 < K*(1+i)$, поскольку иначе кредит гасится за первый период, значит, $Y2 = Y1$

(+4 балла за вывод)

Теперь $\frac{Y2-i*((1+i)*K-Y1)}{Y2} * (1+i) = \frac{Y3-i*((1+i)^2*K-(1+i)*Y1-Y1)}{Y3}$

Раз Y1 = Y2, то $\frac{Y2-i*((1+i)*K-Y2)}{Y2} * (1+i) = \frac{Y3-i*((1+i)^2*K-(1+i)*Y2-Y2)}{Y3}$

$$(1+i)^2 - \frac{i*(1+i)^2*K}{Y2} = 1 - \frac{i*(1+i)^2*K - i*(1+i)*Y2 - i*Y2}{Y3}$$

$$(1+i)^2 - 1 - \frac{i*(1+i)^2*K}{Y2} = -\frac{i*(1+i)^2*K - i*(1+i)*Y2 - i*Y2}{Y3}$$

$$2*i+i^2-\frac{i*(1+i)^2*K}{Y2}=-\frac{i*(1+i)^2*K-i*(1+i)*Y2-i*Y2}{Y3}$$

$$2+i-\frac{(1+i)^2*K}{Y2}=-\frac{(1+i)^2*K-(1+i)*Y2-Y2}{Y3}$$

$$(2+i)*Y2*Y3-(1+i)^2*K*Y3=-(1+i)^2*K*Y2+(2+i)*Y2*Y2$$

$$(2+i)*Y2*(Y3-Y2)-(1+i)^2*K*(Y3-Y2)=0$$

$$(Y3-Y2)*\left((2+i)*Y2-(1+i)^2*K\right)=0$$

$(2+i)*Y2<(1+i)^2*K$, поскольку иначе кредит гасится за два периода, значит, $Y2=Y1$ (+4 балла за вывод)

$\mathrm{K}=\frac{Y1}{1+i}+\frac{Y2}{(1+i)^2}+\frac{Y3}{(1+i)^3}=\frac{Y1}{1+i}+\frac{Y1}{(1+i)^2}+\frac{Y1}{(1+i)^3}$

$\mathrm{Y1}=\mathrm{Y2}=\mathrm{Y3}=\frac{K*i*(1+i)^3}{((1+i)^3-1}=\frac{K*i}{1-(1+i)^{-3}}$

(+2 балла за любое из двух выражений или эквивалент)

Примечание. Приведённое выше доказательство верно, если срок кредита от 3 лет и более, поэтому для получения полного балла было достаточно получить, что платежи в первые 3 периода равны. Если в финальном выражении вместо 3 будет приведен срок кредита как параметр, то ставится полный балл.

В) (10 баллов) Пусть у Макара нет собственных средств на первоначальные вложения в проект, но проект будет генерировать достаточно денежных средств на все остальные расходы в другие периоды при обоих графиках платежей. Какой график платежей будет выгоднее при ставке дисконтирования 20% годовых и ставке по кредиту 44% годовых? Обе схемы кредита дают положительную чистую приведенную стоимость при реализации проекта.

NPV (при первой схеме) = B + K – $(\frac{X1}{1,2}+\frac{X2}{(1,2)^2}+\frac{X3}{(1,2)^3})$

NPV (при второй схеме) = B + K – $(\frac{Y}{1,2}+\frac{Y}{(1,2)^2}+\frac{Y}{(1,2)^3})$

B – приведенные к текущему периоду чистые выгоды от реализации проекта без учёта суммы кредита и платежей по нему

Таким образом, следует выбрать такую схему кредита, при которой приведенная стоимость платежей по кредиту будет меньше **(+3 балла за этот вывод или его эквивалент)**

$\frac{X1}{1,2}+\frac{X2}{(1,2)^2}+\frac{X3}{(1,2)^3}\ vs.\ \frac{Y}{1,2}+\frac{Y}{(1,2)^2}+\frac{Y}{(1,2)^3}$

$\frac{K*(1+i)}{3*1,2}+\frac{K*(1+i)^2}{3*(1,2)^2}+\frac{K*(1+i)^3}{3*(1,2)^3}\ vs.\ \frac{K*i*(1+i)^3}{((1+i)^3-1}(\frac{1}{1,2}+\frac{1}{(1,2)^2}+\frac{1}{(1,2)^3})$

$\frac{1,44}{3*1,2}+\frac{(1,44)^2}{3*(1,2)^2}+\frac{(1,44)^3}{3*(1,2)^3}\ vs.\ \frac{0,44*(1,44)^3}{((1,44)^3-1}(\frac{1}{1,2}+\frac{1}{(1,2)^2}+\frac{1}{(1,2)^3})$

(+3 балла за правильные подстановки)

$1,2+(1,2)^2+(1,2)^3\ vs.\ \frac{3*(1,44)^3}{(1,44)^2+1,44+1}(\frac{1}{1,2}+\frac{1}{(1,2)^2}+\frac{1}{(1,2)^3})$

$(1,2+(1,2)^2+(1,2)^3)*(1+(1,2)^2+(1,2)^4)\ vs.\ 3*((1,2)^6+(1,2)^4+(1,2)^3)$

$$(1,2)^7+(1,2)^6+2*(1,2)^5+(1,2)^4+2*(1,2)^3+(1,2)^2+1,2\ vs.\ 3*((1,2)^6+(1,2)^4+(1,2)^3)$$

$$(1,2)^7+(1,2)^6-(1,2)^5-2*(1,2)^4-(1,2)^3+(1,2)^2+1,2\ vs.\ 0$$

$$(1,2)^5*((1,2)^2-1)+(1,2)^4*((1,2)^2-1)-(1,2)^2*((1,2)^2-1)-1,2*(1,2)^2-1)\ vs.\ 0$$

$$(1,2)^5+(1,2)^4-(1,2)^2-1,2>0$$

Первая схема менее выгодна (+4 балла за вывод)

Задача 2 «Обмен двух благ»

(А) В исходном распределении у Ани $(c, b) = (8, 2)$, у Бори $(c, b) = (2, 8)$. Тогда

$U_A(8, 2) = 2 \cdot 8 + 2 = 18, \qquad U_B(2, 8) = 2 + 2 \cdot 8 = 18.$

(Б) После обмена, при котором Аня отдаёт x печений и получает y конфет, получаем:

$(c_A, b_A) = (8 + y, 2 - x), \ (c_B, b_B) = (2 - y, 8 + x).$

Полезности после обмена:

$Ua' = U_A(8 + y, 2 - x) = 2(8 + y) + (2 - x) = 18 + 2y - x,$

$Ub' = U_B(2 - y, 8 + x) = (2 - y) + 2(8 + x) = 18 + 2x - y.$

Обмен взаимовыгоден тогда и только тогда, когда

$Ua' \geq 18 \iff 2y - x \geq 0 \iff x \leq 2y,$

$Ub' \geq 18 \iff 2x - y \geq 0 \iff y \leq 2x.$

Имеем: $\frac{y}{2} \leq x \leq 2y$. Так как $x > 0$ и $y > 0$ принимают значение либо 1, либо 2, так как больше конфет и печенья для обмена нет, то имеем:

$(x, y) \in \{(1, 1), (1, 2), (2, 1)\ (2, 2)\}.$

То есть любой обмен будет взаимовыгодным.

(В) Рассмотрим произвольное распределение, где у Ани (c_A, b_A), у Бори (c_B, b_B).

Если $b_A \geq 1$ и $c_B \geq 1$, то возможен обмен $(x, y) = (1, 1)$, и он взаимовыгоден, поскольку при таком обмене

$\Delta U_A = 2 \cdot 1 - 1 = 1 > 0, \qquad \Delta U_B = 2 \cdot 1 - 1 = 1 > 0.$

Следовательно, чтобы распределение было устойчивым, необходимо:

$b_A = 0$ или $c_B = 0.$

Если $b_A = 0$ или $c_B = 0$, то ни один обмен невозможен по количествам, так как у Ани нет печенья или у Бори нет конфет. Следовательно, взаимовыгодных обменов не существует, и такое распределение является устойчивым.

Это означает, что устойчивыми являются все ситуации, в которых у Бори либо *все печенья* (а конфет может быть сколько угодно), либо *нет ни одной конфеты* (а печенья может быть сколько угодно). В этих случаях обмен просто невозможен.

В терминах количества благ у Бори это означает, что устойчивые распределения — все пары

$(c_B, b_B) = (t, 10)$ для $t = 0, 1, \ldots, 10$ или $(c_B, b_B) = (0, s)$ для $s = 0, 1, \ldots, 10.$

(Г) По определению устойчивости не существует обмена, который одновременно строго увеличивает полезность Ани и полезность Бори. Поэтому если попытаться улучшить положение одного ученика, не ухудшая положение другого, то это означало бы существование взаимовыгодного обмена, что противоречит устойчивости.

Критерии оценивания.

(А) 5 баллов

- **(1 балл)** Корректно записано исходное распределение благ у Ани и Бори. Не обязательно выписывать явно, достаточно того, что распределение понятно из решения.
- **(2 балла)** Верно посчитана полезность Ани в исходном распределении.

- **(2 балла)** Верно посчитана полезность Бори в исходном распределении.

Замечание: допускаются любые эквивалентные вычисления. При арифметической ошибке снимается соответствующая часть баллов, остальные пункты могут оцениваться независимо.

(Б) 15 баллов

- **(3 балла)** Корректно описан обмен через переменные x, y и записано новое распределение благ после обмена (кто что отдаёт и что получает).
- **(4 балла)** Верно выписаны полезности после обмена Ua' и UB' (или эквивалентные выражения /неравенства).
- **(5 баллов)** Получено и корректно обосновано условие взаимной выгоды (строгое улучшение для обоих или не ухудшение/улучшение — в соответствии с формулировкой задачи), выведены соответствующие неравенства на x, y.
- **(3 балла)** Учтены ограничения целочисленности и ограниченности ресурсов (допустимые значtния x, y), сделан корректный вывод о том, какие обмены возможны/взаимовыгодны.
- Если в ответе присутствует вариант (0;0), то баллы за ответ не начисляются, поскольку в рамках перебора рассматриваются строго положительные значения x и y (обмен предполагает передачу ненулевых количеств)

Частичные баллы: если верно получено условие для одного участника (например, только $U' \geq U_A$), начисляется до половины баллов за пункт про условия взаимной выгоды.

Дополнительный комментарий:

В пункте (Б) допускается перебор всех допустимых пар целых значений (x,y), где x – сколько печений Аня отдаёт, а y – сколько конфет она получает. В исходном распределении у Ани 2 печенья, у Бори 2 конфеты, поэтому при строгих ограничениях x>0 и y>0 получаем, что есть всего 4 случая для перебора: (1,1), (1,2), (2,1), (2,2).

- 3 балла присуждаются за обоснование границ перебора, то есть за объяснение, почему достаточно рассмотреть ровно 4 пары (x,y).
- Оставшиеся 12 баллов распределяются за корректный разбор случаев: по 3 балла за каждый верно рассмотренный случай (всего 4 случая).

(В) 15 баллов

- **(5 баллов)** Верно показано, что если у Ани есть хотя бы одно печенье и у Бори есть хотя бы одна конфета (то есть $b_A \geq 1$ и $c_B \geq 1$), то существует взаимовыгодный обмен (например, $(x, y) = (1, 1)$) и он действительно повышает полезности обоих (вычислением приращений полезности или эквивалентным обоснованием).
- **(4 балла)** Сделан правильный вывод о *необходимом* условии устойчивости из предыдущего пунк- та: для устойчивости должно выполняться $b_A = 0$ или $c_B = 0$ (то есть один из участников не может физически совершить обмен).

- **(4 балла)** Показана *достаточность* условия $b_A = 0$ или $c_B = 0$: при выполнении хотя бы одного из этих равенств ни один допустимый обмен невозможен по количествам, следовательно, взаимовыгодных обменов не существует, и распределение устойчиво.
- **(2 балла)** Верно сформулирован ответ.

(Г) **5 баллов**

- **(3 балла)** Корректно установлена связь между устойчивостью и Парето-улучшением в контексте задачи: если существует изменение, улучшающее положение одного и не ухудшающее другого, то это соответствует существованию взаимовыгодного обмена (или приводит к нему), что противоречит устойчивости.
- **(2 балла)** Аргумент изложен логично и завершён: явно указано противоречие с определением устойчивости и сделан вывод

Задача 3 «Волшебная субсидия из глубины новоборисийских руд»

А) (24 балла) Государство решило сократить расходы на субсидирование, однако обеспокоено тем, что это ухудшит благосостояние бедной группы потребителей. Исследователи предложили неожиданное решение. Продавать монополии ежепериодно информацию о том, к какой группе относится каждый потребитель и не субсидировать вовсе. Определите максимальную сумму, которую готова платить фирма за такую информацию

<u>За отсутствие проверки достаточных условий баллы не снимаются во всей задаче.</u>

$$P = P1 = 23 + \frac{8}{25} * b$$

$$S = b * Q2 = 32 * b + \frac{272}{25} * b^2 \text{ (+1 балл)}$$

$$Q2 = 32 + \frac{272}{25} * b = 32 + 16 * \frac{17}{25} * b$$

$$P2 = P1 - b = 32 - \frac{17}{25} * b$$

$$Q2 = 400 - 16 * P2 \text{ (+3 за спрос)}$$

$$Q1 = a - k * P1 \text{ (+1 за спрос)}$$

Продаёт обеим группам без дискриминации

$$Pr = P*(400 - 16 * (P - b) + a - k * P) - TC(400 - 16 * (P - b) + a - k * P)$$

(+1 за прибыль)

$Pr'P = 0 = (400 + a + 16*b - (16+k)*P - TC(400 + a + 16 * b - (16 + k) * P))'P =$

$= 400 + a + 16*b - 2*(16+k)*P - MC * (-16 - k)$

$MC * (16 + k) = 2*(16+k)*P - (400 + a + 16*b)$ *(+3 балла за оптимизацию)*

$Pr = 25 * (11 + \frac{8}{25} * b)^2 = 25 * (P - 12)^2$

$P*(400 + 16 * b + a - (k + 16) * P) - TC(400 + 16 * b + a - (k + 16) * P) = 25 * (P - 12)^2$

(+2 балла за эквивалентность двух прибылей)

$TC = (400 + a + 16 * b) * P - (16 + k) * P^2 - 25 * (P - 12)^2$

Это верно при $10 > b \geq 25/4$ -> при любом (в том числе малом) изменении b на этом участке равенство должно сохраняться.

Тогда обе части равенства должны одинаково прореагировать на малое изменение b (т.е. на взятие производной по b).

$MC*(16 - (k + 16) * P'b) = (400 + a + 16 * b) * P'b + 16 * P - 2 * (16 + k) * P * P'b - 50 * (P - 12) * P'b$

$$P'b = \left(23 + \frac{8}{25} * b\right)'b = \frac{8}{25} \text{ (из таблицы)}$$

$MC*(16 - (k + 16) * 8/25) = (400 + a + 16 * b) * 8/25 + 16 * P - 2 * (16 + k) * P * 8/25 - 50 * (P - 12)) * 8/25 = (400 + a + 50 * 12) * \frac{8}{25} + 16 * b * \frac{8}{25} + 16 * P - 2 * (16 + k) * P * 8/25 - 50 * P * 8/25$

Совместим с условием оптимизации фирмы

$MC*(16 + k) = 2*(16+k)*P - (400 + a + 16*b)$

$MC*(16 - (k + 16) * 8/25) = (400 + a + 600) * \frac{8}{25} + 16 * b * \frac{8}{25} - 2 * (16 + k) * P * 8/25$

Помножим нижнее уравнение на 25/8 и сложим оба уравнения

$MC*(16 + k) = 2*(16+k)*P - (400 + a + 16*b)$

$MC*(16 * 25/8 - (k + 16)) = (400 + a + 600) + 16 * b - 2 * (16 + k) * P$

$50*MC = 600$ -> $MC = 12$ на $10 > b \geq 25/4$ *(+7 баллов за вывод)*

MC = 12 = const *(+1 балл за вывод*)

Комментарии.

Если издержки предполагаются линейными без обоснования, то баллы за MC (+6 и +1) не ставятся.

Поскольку предельные издержки постоянны, то должен получиться вывод, что цена продажи и количество для первой (более богатой) группы останутся такими же, что и без дискриминации. Тогда прибыль от первой группы не поменяется (+3 балла). Если этот вывод прослеживается по полученным численным значениям без его формулировки в явном виде, то эти баллы ставятся без штрафа.

Следовательно, максимальный размер платежа равен прибыли от второй группы

Pr2 = (P2-4)*$(400 - 16 * P2)$ = (P2-4)*$16 * (25 - P2) =$ (ЭППВн и P2 = 14,5) =

$=$ (10,5)*$16 * (10{,}5) =$ 1764 (+3 баллов)

Б) (5 баллов) Объясните, почему механизм из п Б) с меньшими бюджетными расходами позволяет увеличить благосостояние бедной группы потребителей.

Потому что при отсутствии дискриминации более бедная группа не *покупала бы вовсе/меньше* (+2 балла), а при её наличии фирма может продавать более бедной группе, *не снижая цены* для первой группы (+3 балла)

В) (5 баллов) Всмотритесь в характер воздействия субсидии на цену продажи при всех размерах. Какой парадоксальный результат можно увидеть в данных? Объясните, откуда он возникает.

Парадокс в том, что при предоставлении субсидии, начиная с 5/4, цена продажи падала, т.е. при ***росте спроса*** (за счёт более бедной группы) **падает цена**! (+3 балла). Связано этом со входом группы потребителей, что делает общий спрос более чувствительным к цене (+2 балла)

Г) (6 баллов) Достройте зависимости из таблицы для $b \geq 10$

При высоких значениях субсидии может продавать только второй группе **(+1 балл за тезис**)

Pr = (P-12)*16*(25 - P + b) -> max по P

Вершина параболы при P = 18,5 + b/2 **(+1 за вывод данной зависимости**)

S = b*Q = b*(400-16*P + 16*b) = 104*b +8*b^2 **(+1 за вывод данной зависимости**)

Pr(2) = 16*$(6{,}5 + b/2)^2$ **(+1 за вывод данной зависимости**)

Сравним прибыли (+1 балл за верное сопоставление прибылей ниже)

Pr(1+2) > Pr(2) => 25*$(11 + 8*b/25)^2$ > 16*$(6{,}5 + b/2)^2$ => b < 72,5 **(+1 балл за значение**)

	$b < 25/4$	$72{,}5 > b \geq 25/4$	$b \geq \mathbf{72{,}5}$
Цена продажи (P)	31	$23 + \frac{8}{25} * b$	$18{,}5 + \frac{b}{2}$
Величина расходов на субсидию (S)	0	$32 * b + \frac{272}{25} * b^2$	$104 * b + 8 * b^2$
Прибыль компании (Pr)	3249	$25 * (11 + \frac{8}{25} * b)^2$	$16 * (6{,}5 + \frac{b}{2})^2$

Задача 4 «Переносы»

А) Изначально функция прибыли: PR=(120-q)*q-0,5*q^2; Это – парабола ветвями вниз (как и все последующие функции прибыли), следовательно, максимум – в вершине:

<u>q*=40</u>; P*=80; PR*=2400

Задачу можно было также и решить через приравнивание предельных величин. MR=120-2q; MC=q => 120-2q=q => q*=40

4 балла ставилось за формулировку задачи фирмы (приравнивание предельных или выписывание прибыли с задачей максимизации).

2 балла за правильный ответ

Б) Далее возможны три интерпретации условия. Все три интерпретации засчитывались:

(1) <u>Плата 600 существует в любом случае</u>

Рассмотрим все 9 вариантов «решение о пошлине – страна расположения сада»

I. Пошлина не введена

Если сад – в стране А, PR=(120-q)*q-q^2-600; q*=30; P*=90; PR*=1800-600=1200. Кстати, эта величина никак не зависит от пошлин, поскольку при расположении сада в стране А, импорт не происходит

Если сад – в стране B, оптимизация устроена аналогично пункту А, но с поправкой на издержки переноса сада, PR*=2400-600=1800

Если сад – в стране C, всё в точности совпадает с пунктом А, PR=2400

II. Введена пошлина на импорт из страны C

Если сад – в стране А, PR=1200

Если сад – в стране B, PR=1800, ведь на страну B пошлина по-прежнему не действует

Если сад – в стране C, PR=(120-q-24)*q-0,5*q^2; q*=32; P*=88; PR=1536

III. Введена пошлина на любой импорт

Если сад – в стране А, PR=1200

Если сад – в стране B, PR=1536-600=936, т.к. оптимизация аналогична оптимизации для сада в стране C с пошлиной, с поправкой на издержки переноса сада

Если сад – в стране C, PR=(120-q-24)*q-0,5*q^2; q*=32; P*=88; PR=1536

Соберём все полученные результаты в табличку:

Оптимальная прибыль фирмы	Полшины нет	Пошлина на импорт из C	Пошлина на любой импорт	*Минимальная прибыль*
Сад в стране А	1200	1200	1200	*1200*
Сад в стране B	1800	1800	936	*936*
Сад в стране C	2400	1536	1536	*1536*

Фирма выбирает вариант с максимальной минимальной прибылью, а это страна C и прибыль 1536.

Ответ: сад будет расположен в стране C, объём равен 32 или 40

(2) <u>Плату 600 надо платить только в том случае, если какая-либо пошлина была введена</u>

Рассмотрим все 9 вариантов «решение о пошлине – страна расположения сада»

I. Пошлина не введена

Если сад – в стране А, PR=(120-q)*q-q^2-600; q*=30; P*=90; PR*=1800. Кстати, эта величина никак не зависит от пошлин, поскольку при расположении сада в стране А, импорт не происходит

Если сад – в стране В, оптимизация устроена аналогично пункту А, PR*=2400

Если сад – в стране С, всё в точности совпадает с пунктом А, PR=2400

II. Введена пошлина на импорт из страны С

Если сад – в стране А, PR=1200

Если сад – в стране В, PR=1800, ведь на страну В пошлина по-прежнему не действует

Если сад – в стране С, PR=(120-q-24)*q-0,5*q^2; q*=32; P*=88; PR=1536

III. Введена пошлина на любой импорт

Если сад – в стране А, PR=1200

Если сад – в стране В, PR=1536-600=936, т.к. оптимизация аналогична оптимизации для сада в стране С с пошлиной, с поправкой на издержки переноса сада

Если сад – в стране С, PR=(120-q-24)*q-0,5*q^2; q*=32; P*=88; PR=1536

Соберём все полученные результаты в табличку:

Оптимальная прибыль фирмы	Полшины нет	Пошлина на импорт из С	Пошлина на любой импорт	*Минимальная прибыль*
Сад в стране А	1800	1200	1200	*1200*
Сад в стране В	2400	1800	936	*936*
Сад в стране С	2400	1536	1536	*1536*

Фирма выбирает вариант с максимальной минимальной прибылью, а это страна С и прибыль 1536.

Ответ: сад будет расположен в стране С, объём равен 32 или 40

(3) Плата 600 не выплачивается никогда: согласно условию, взаимодействие устроено так, что фирма принимает решение о переезде ДО того, как вводится пошлина. Строго говоря именно такое решение соответствует условию задачи, но жюри приняло решение засчитывать и предыдущие два без штрафов

Рассмотрим все 9 вариантов «решение о пошлине – страна расположения сада»

I. Пошлина не введена

Если сад – в стране А, PR=(120-q)*q-q^2-600; q*=30; P*=90; PR*=1800. Кстати, эта величина никак не зависит от пошлин, поскольку при расположении сада в стране А, импорт не происходит

Если сад – в стране В, оптимизация устроена аналогично пункту А, PR*=2400

Если сад – в стране С, всё в точности совпадает с пунктом А, PR=2400

II. Введена пошлина на импорт из страны С

Если сад – в стране А, PR=1800

Если сад – в стране В, PR=2400, ведь на страну В пошлина по-прежнему не действует

Если сад – в стране С, PR=(120-q-24)*q-0,5*q^2; q*=32; P*=88; PR=1536

III. Введена пошлина на любой импорт

Если сад – в стране A, PR=1800

Если сад – в стране B, PR=1536, т.к. оптимизация аналогична оптимизации для сада в стране C с пошлиной

Если сад – в стране C, $PR=(120-q-24)*q-0{,}5*q^2$; $q^*=32$; $P^*=88$; PR=1536

Соберём все полученные результаты в табличку:

Оптимальная прибыль фирмы	Полшины нет	Пошлина на импорт из C	Пошлина на любой импорт	*Минимальная прибыль*
Сад в стране A	1800	1800	1800	*1200*
Сад в стране B	2400	2400	1536	*936*
Сад в стране C	2400	1536	1536	*1536*

Фирма выбирает вариант с максимальной минимальной прибылью, а это страна C или страна B и прибыль 1536.

Ответ: сад будет расположен в стране C или B, объём равен 32 или 40

По 2 балла ставилось за нахождение прибыли в каждом из сочетаний «страна – вид пошлины» (итого 18). При этом не важно, находил ли участник отдельно прибыль для каждого из девяти вариантов, или сразу обосновывал, что в некоторых случаях она совпадает и находил для них вместе. В таком случае баллы ставились и за те случаи, которые были обосновано отброшены участником.

5 баллов за корректное описание и применение минимаксного критерия, даже если до этого были получены некорректные значения прибылей

3 балла за правильный ответ (ставится только при корректном решении на всех этапах этого пункта)

B) Посчитаем ожидаемую прибыль от размещения сада в каждой из стран:

(1) <u>Плата 600 существует в любом случае</u>

Оптимальная прибыль фирмы	Полшины нет	Пошлина на импорт из C	Пошлина на любой импорт	*Ожидаемая прибыль*
Сад в стране A	1200	1200	1200	*1200*
Сад в стране B	1800	1800	936	*1800/12+1800*5/6+936/12=1728*
Сад в стране C	2400	1536	1536	*2400/12+1536*5/6+1536/12=1608*

Ответ: сад будет расположен в стране B, объём равен 32 или 40

(2) <u>Плату 600 надо платить только в том случае, если какая-либо пошлина была введена</u>

Оптимальная прибыль фирмы	Полшины нет	Пошлина на импорт из C	Пошлина на любой импорт	*Ожидаемая прибыль*
Сад в стране A	1800	1200	1200	*1250*
Сад в стране B	2400	1800	936	*2400/12+1800*5/6+936/12=1778*
Сад в стране C	2400	1536	1536	*2400/12+1536*5/6+1536/12=1608*

Ответ: сад будет расположен в стране B, объём равен 32 или 40

(3) **<u>Плата 600 не выплачивается никогда</u>**

Оптимальная прибыль фирмы	Полшины нет	Пошлина на импорт из С	Пошлина на любой импорт	*Ожидаемая прибыль*
Сад в стране А	1800	1800	1800	*1800*
Сад в стране В	2400	2400	1536	*2400/12+2400*5/6+1536/12=1928*
Сад в стране С	2400	1536	1536	*2400/12+1536*5/6+1536/12=1608*

Ответ: сад будет расположен в стране В, объём равен 32 или 40

По 3 балла ставилось за расчёт ожидаемой прибыль для каждой страны

2 балла за ответ

Если была допущена арифметическая ошибка, то не ставились баллы за соответствующую прибыль, остальная задача проверялась с учетом этой арифметической ошибки

За отсутствие обоснования достаточного условия максимума баллы не снижались