

Уважаемые участники олимпиады,

Перед тем как приступить непосредственно к решению задач – прочтите, пожалуйста, правила и рекомендации, подготовленные жюри специально для вас.

Правила и рекомендации для участников олимпиады

1. **Что можно иметь на столе?** При себе можно иметь ручку (чёрную или синюю), линейку, карандаш, цветные карандаши или фломастеры, точилку, ластик, обыкновенный калькулятор, ваш личный вариант заданий и бланк для решений, бутылку с водой и шоколадку.
2. **Можно оставить телефон в кармане?** В течение всей олимпиады не допускается использование и наличие при себе (в карманах) мобильных устройств, умных часов и прочих средств связи, а также программируемых калькуляторов. Их можно положить в закрытую сумку в выключенном состоянии. При нарушении этого правила участник может быть удалён из аудитории, а его работа – аннулирована без права обжалования.
3. **Чего ещё нельзя делать?** В течение всей олимпиады не допускается общение с другими участниками. За разговоры, передачу записок и другие подобные действия участник может быть удалён из аудитории, а его работа – аннулирована без права обжалования.
4. **Чем писать?** Решения и ответы записывать необходимо только ручкой. Использование карандашей допускается только при рисовании графиков, если имеется такая необходимость. Решения, записанные карандашами, проверяться не будут.
5. **Что можно писать?** В работе не допускаются никакие другие записи и рисунки кроме как решения задач и графики к ним. При наличии любых посторонних рисунков или записей работа может быть аннулирована полностью, т.к. они могут служить условным сигналом для идентификации личности кому-либо из организаторов или членов жюри.
6. **Есть ли черновик, проверяется ли он?** У каждого из вас есть бланк с листами для решений. Обратную сторону каждого листа вы можете использовать в качестве черновика. Черновики (=оборотные стороны листов) проверяться не будут, поэтому не забудьте перенести решения из черновика в чистовик. Если для решения вам потребуется больше одной страницы – используйте новый лист и указывайте номер листа, на котором членам жюри нужно искать продолжение решения.
7. **У меня есть больше одного решения, что делать?** При наличии нескольких решений в работе проверяется только первое, поэтому не забудьте зачеркнуть всё лишнее.
8. **Мне нужно сделать исправление, как?** Если вам необходимо зачеркнуть большой кусок решения, перечеркните его, пожалуйста, двумя линиями – крестом. Если вы передумаете и решите, что зачеркнутую ранее часть решения все-таки стоит отдать на суд жюри – припишите рядом с зачеркнутой частью «Считать не зачёркнутой» и подчеркните эту надпись. Если Вы снова передумаете – зачеркните надпись, тогда эта часть решения проверяться не будет.
9. **А что если у меня остались вопросы?** Если у вас появился вопрос по условию, вы обнаружили опечатку, вам стало плохо, вам нужно выйти и т.д. – поднимите руку. К Вам подойдёт организатор в вашей аудитории, и ответит на ваши вопросы или пригласит того, кто сможет Вам помочь.
10. **Что-нибудь ещё?** Мы советуем участникам сначала быстро ознакомиться со всеми задачами, чтобы оптимально распределить свои усилия между ними, а затем уже приступать к решению. Не волнуйтесь и не переживайте, не обязательно решить все задания – главное не упустить те из них, в которых вы можете показать себя наилучшим образом.

Успехов!

Задача 1, «Для влюблённых в кофе» – 30 баллов

В Сонном царстве школьники и студенты делают уроки по ночам. Для этого им нужен кофе, который производится единственной фирмой «Монокофия». Издержки на производство постоянны и составляют 1 рубль на 1 грамм кофе. В Сонном царстве 600 школьников, спрос школьника задаётся функцией $q_{ш} = 5 - p$. Студентов в шесть раз меньше, чем школьников, при этом спрос одного студента описывается функцией $q_c = 7 - 2p$, где q – количество в граммах, а p – цена в рублях.

- 1) (10 баллов) Какую цену установит фирма «Монокофия» за грамм кофе, если продажа осуществляется на развес?
- 2) (20 баллов) Если фирма может продавать кофе в банках, то сколько граммов кофе будет в одной банке и сколько она будет стоить?

Решение и критерии оценивания:

- 1) 2 балла за вывод спросов на каждое из благ:

$$\begin{cases} Q_m = N_m q_m = 3000 - 600p \\ Q_c = N_c q_c = 700 - 200p \end{cases}$$

- 2 балла за общий спрос:

$$Q_c + Q_m = \begin{cases} 3000 - 600p, p \geq 3.5 \\ 3700 - 800p, p < 3.5 \end{cases}$$

- 1 за правильно выписанную функцию прибыли:

$$\pi_i = Q_p - Q_c = Q(p - c)$$

Первый участок (2 балла):

$$\pi_i = (3000 - 600p)(p - 1) = -600p^2 - 3600p - 3000$$

$$p^* = 3 < 3.5 - \text{точка не принадлежит этому интервалу}$$

Второй участок (3 балла):

$$\pi_i = (3700 - 800p)(p - 1) = -800p^2 + 4500p - 3700$$

$$p^* = \frac{45}{16} < 3.5 - \text{точка внутри участка}$$

- 2) В данном пункте нужно строго обосновать, что выгодно продавать обеим группам. Если в первом и втором пункте не был рассмотрен второй участок спроса, то за этот пункт могло быть поставлено максимум 10 баллов.

Нужно было заметить и обосновать, что в данном пункте цена не изменится. А далее найти любой объем банок так, чтобы обе группы смогли купить объемы из предыдущего пункта ($q_c = \frac{22}{16}$; $q_{ш} = \frac{35}{16}$).

Задача 2, «Какой товар, такие и издержки» – 30 баллов

Компания «Ёлки-иголки» занимается производством новогодних ёлок. На недавнем собрании обсуждались неудачные продажи в этом году: прибыль была отрицательной и составила -5 условных единиц. Компания необычная, её кривая предельных издержек имеет нестандартный вид:

$$MC = \begin{cases} 20 - 2Q, & 0 \leq Q \leq 5 \\ \frac{7Q}{10} - \frac{1}{2}, & 5 < Q \leq 15 \\ 30 - Q, & 15 < Q \leq 20 \\ \frac{2Q}{5}, & 20 < Q \leq 25 \\ 20, & Q > 25 \end{cases}$$

Кривая предельной выручки также имеет похожий специфический вид:

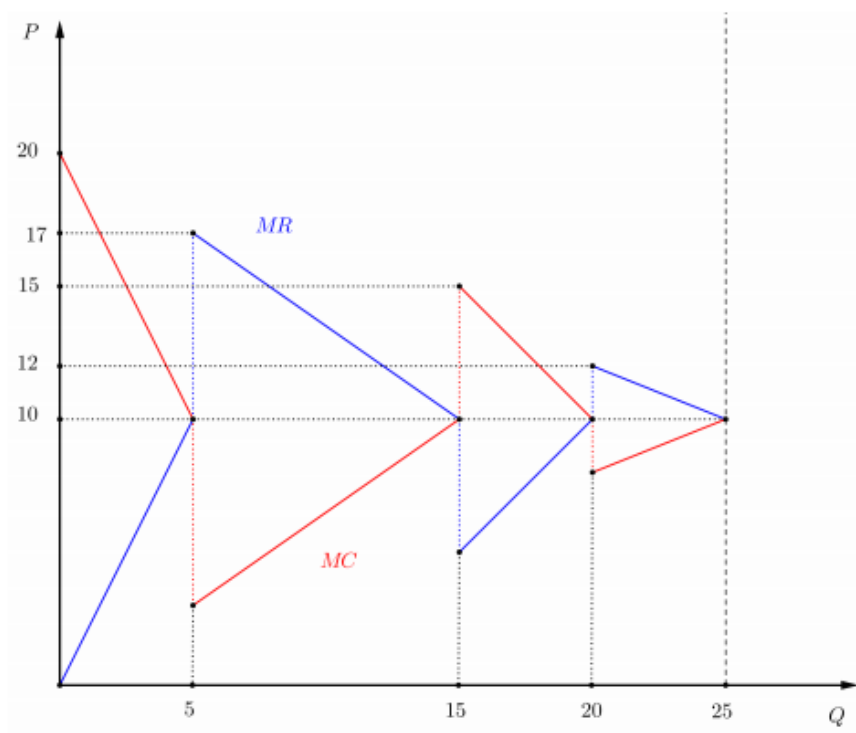
$$MR = \begin{cases} 2Q, & 0 \leq Q \leq 5 \\ \frac{41}{2} - \frac{7Q}{10}, & 5 < Q \leq 15 \\ Q - 10, & 15 < Q \leq 20 \\ 20 - \frac{2Q}{5}, & 20 < Q \leq 25 \\ 0, & Q > 25 \end{cases}$$

Причины столь плохих результатов были выявлены почти сразу: главный экономист компании пропускал лекции по микроэкономике в университете и что-то слышал про правило $MR = MC$, но совершенно не умеет им пользоваться. К тому же он перепутал графики $MR(Q)$ и $MC(Q)$! Совет сразу же уволил его и открыл вакансию нового главного экономиста, на которую Вы теперь претендуете. Все кандидаты должны решить следующие задачи (фирма может продавать нецелое количество ёлок: кому-то нужны только иголки):

- 1) (5 баллов) Изобразить правильный график предельных издержек и предельной выручки.
- 2) (7 баллов) Найти количество ёлок, которое фирма произвела в прошлом году.
- 3) (13 баллов) Посчитав ожидаемую прибыль от выбранного им выпуска, бывший главный экономист решил воспользоваться правилом «Если нет разницы – зачем производить больше?». Сколько произвела фирма по его совету с учётом этого правила?
- 4) (5 баллов) На сколько нужно изменить выпуск, чтобы наконец-то производить оптимальное количество ёлок (в сравнении с пунктом 3)? Какую прибыль получит фирма при таком выпуске?

Решение и критерии на следующей странице.

а) Для начала построим график издержек: (5 баллов)



Примечание: За неточности в графиках возможно снятие 1-3 баллов в зависимости от ошибки

б)

За идею о вычислении прибыли - 3 балла

Вполне очевидно, что фирма зарабатывает, когда график MR выше, чем MC и терпит убытки, когда все наоборот. Можно найти сколько фирма будет зарабатывать. Для этого рассчитаем площади между кривыми MR и MC.

$$S_1 = 50 ; S_2 = 70 ; S_3 = 25 ; S_4 = 10 .$$

За непосредственное вычисление прибыли в точках $MR=MC$ - 3 , балла

Теперь, посмотрим какие прибыли могла получать фирма в точках $MR = MC$.

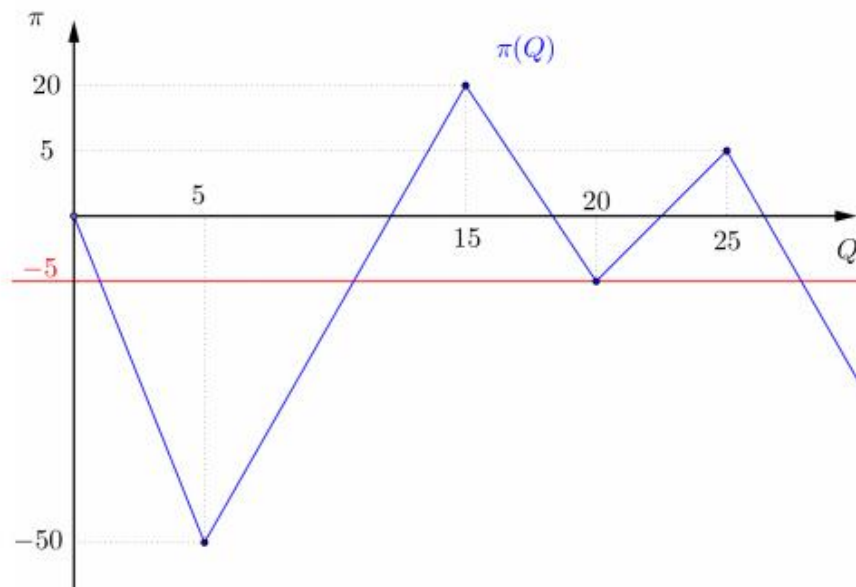
$$\pi(Q) = \begin{cases} -50, Q = 5 \\ 20, Q = 15 \\ -5, Q = 20 \\ 5, Q = 25 \end{cases}$$

За вывод о том, что $Q^* = 20$ - 1 балл

Значит, в этом году фирма производила $Q = 20$ ёлок.

в)

Если экономист решил воспользоваться правилом «Если нет разницы – зачем производить больше», то он должен был найти уровни выпуска, приносящие такую же прибыль, и выбрать наименьший из них. Проще всего это сделать нарисовав график прибыли и прямую $\pi = -5$, и найдя значение выпуска в точке с наименьшим Q .



Нам подходят первые две точки (в третьей точке $MR = MC$). Но по условию задачи мы должны брать минимальное Q , поэтому правильным ответом будет $Q_1 = 5 - \frac{3\sqrt{10}}{2}$, которое можно вычислить как площадь трапеции.

Пусть при произвольном Q^* площадь между кривыми MC и MR будет равна 5, тогда $S = \frac{Q^*(20-4Q^*)}{2} = 5$, решив квадратное уравнение и отбросив больший корень находим правильный ответ: $Q^* = 5 - \frac{3\sqrt{10}}{2}$

За вычисление правильного ответа - 8 баллов

За обоснование того, что это именно он (сравнить со значением во второй точке или показать через график выше) - 5 баллов

г) Из предложенного выше решения видно, что оптимальным выпуском для фирмы является $Q^* = 15$, в этой точке фирма заработает $\pi = 20$. Тогда, фирме нужно увеличить свой выпуск на $10 + \frac{3\sqrt{10}}{2}$

За определение оптимального количества - 3 балла

За вычисление правильного ответа - 2 балла

Задача 3, «Старикам закон не писан» – 10 баллов

Иван Иванович любит читать ежедневную газету «Свисток» и есть зефир. В 2015 году газета стоила 100 руб., а коробка зефира – 50 руб. В 2015 году Иван Иванович покупал в неделю 3 газеты и 3 коробки зефира. В 2016 году газета подорожала до 130 руб. В 2016 году Иван Иванович начал покупать 4 газеты, а количество зефира в его потреблении не изменилось. Значит ли это, что спрос Ивана Ивановича на газету «Свисток» не подчиняется закону спроса, который гласит, что существует обратная зависимость между ценой товара и величиной спроса на него? Объясните.

Решение и критерии оценивания:

Закон спроса гласит, что при изменении цены товара величина спроса на него падает при прочих равных условиях. Это значит, что в нём не учитываются никакие другие изменения, кроме как изменения цены. Значит, если изменение поведения Ивана Ивановича обусловлено какими-то другими факторами, а не ценой газеты, то противоречий с законом спроса возникать не должно. (4 балла за идею о том, что закон спроса работает при прочих равных)

Допустим, Иван Иванович тратит весь свой доход на зефир и газеты. Про цену зефира в задаче ничего не сказано. Допустим, она осталась неизменной. Тогда Иван Иванович не мог бы позволить себе купить больше газет, чем раньше, если бы у него не изменился доход. Возможно, ему повысили зарплату, и теперь он может позволить себе больше газет, а есть больше зефира ему не хочется. Значит, закону спроса сложившаяся ситуация не противоречит. То же самое при росте цены зефира – без роста дохода Иван Иванович не смог бы позволить себе новый уровень потребления, а значит он должен быть обусловлен ростом дохода, и снова нет никакого противоречия с законом спроса. (3 балла за аргумент о возможном росте дохода) Если же цена зефира упала, то у Ивана Ивановича могли высвободиться дополнительные деньги, которые он смог потратить на дополнительные газеты. Тогда никакого противоречия закону спроса быть не должно, если по каким-то причинам Иван Иванович не хочет есть больше 4 пачек зефира в неделю (может, ему врач не рекомендует) или ему вдруг понадобилось покупать больше газет. (1 балл, если есть пояснение почему он мог захотеть покупать больше газет, подобное приведённому ниже)

Зачем ему больше газет? Помимо доходов могли измениться его предпочтения. Например, Иван Иванович мог бы решить жениться, а в газетах искать объявления о знакомстве. Или он собрался делать ремонт, и выискивал там информацию о магазинах и мастерах. Если он тратил не весь свой доход только на эти два товара, то он мог нарастить потребление газет просто из-за изменения своих интересов. Если он тратит весь свой доход только на зефир и газеты, то изменения предпочтений могут объяснить, почему при росте дохода (ведь, как мы выяснили, без него почти никак не получится покупать больше газет) или даже при падении цены на зефир Иван Иванович стал покупать больше газет и не стал покупать больше зефира – просто теперь газеты стали для него важнее, чем раньше. (2 балла за идею об изменении предпочтений с примером или несколькими, 1 балл за идею саму по себе).

Задача 4, «Праздничные хлопоты» – 15 баллов

Шарик с Матроскиным готовятся к Новому году. Они отправились в сельский магазин, чтобы купить пепси-колу и фейерверк (всё остальное растёт у хозяйственного Матроскина в огороде). Пепси-кола продаётся по бутылкам, а цена фейерверка зависит от количества зарядов.

Спрос друзей на оба товара, как это ни удивительно, совершенно одинаков. Его можно записать в виде таблицы:

Количество бутылок пепси-колы	Число зарядов в фейерверке	Шарик готов заплатить, руб.	Матроскин готов заплатить, руб.
10	10	700	600
20	20	1300	1000
30	30	1700	1350
40	40	1900	1650

- 1) (6 баллов) Бутылка пепси в магазине стоит 50 рублей. Сколько бутылок Шарик и Матроскин увезут из магазина? Объясните Ваш ответ.
- 2) (9 баллов) В деревенском магазине есть большой выбор салютов, однако отличаются они только по количеству зарядов. Цена одного заряда 50 рублей. Фейерверк с каким количеством зарядов купят Шарик с Матроскиным? Объясните Ваш ответ.

Решение и критерии оценивания:

- 1) 6 баллов

Найдем готовность платить за одну бутылку для каждой из точек, представленных в таблице:

Для Шарика: 10 бутылок – 70 руб/бутылка, 20 бутылок – 65 руб/бутылка, 30 бутылок – 56 руб 70 копеек за бутылку, 40 бутылок – 47 рублей 60 копеек за бутылку.

Это значит, Шарик еще готов купить 30 бутылок, но уже не готов 40. Значит, он купит 30.

Для Матроскина: 10 бутылок – 60 руб/бутылка, 20 бутылок – 50 руб/бутылка, 30 бутылок – 45 руб/бутылка, 40 бутылок – 41 рубль 25 копеек за бутылку.

Значит, он готов купить не больше 20 бутылок.

Всего они увезут 50 бутылок.

Критерии оценивания:

4 балла за правильно посчитанные средние цены бутылки в наборе - по 0,5 балла за каждую.

Для Матроскина также засчитывается расчет цен в первых трёх наборах, если есть пояснение, что при дальнейшем росте количества бутылок цена растет медленнее, а значит она также будет меньше 50 и поэтому он не купит дополнительные бутылки (или любое другое логичное рассуждение с такой идеей).

2 балла за правильный вывод и ответ про количества бутылок для Шарика и Матроскина – по 0,5 балла за выбор правильного количества для каждого из героев, по 0,5 балла за правильное

обоснование («герои покупают до тех пор пока цена, которую они готовы заплатить за бутылку, выше фактической цены в магазине» или его аналоги) даже при неправильном числовом ответе.

За не нахождение суммарного количества в 50 баллы не снимаются – в явном виде прописать суммарное число бутылок не требуется.

2) 9 баллов

Поскольку фейерверки – общественное благо (если Шарик купит и запустит их, то и Матроскин сможет посмотреть), в этом случае мы должны складывать суммы денег, которые герои готовы заплатить за заданное число фейерверков, чтобы понять, по какой цене они готовы их купить.

Средняя цена заряда фейерверка в наборе для Шарика и Матроскина будет такой же, как средняя цена бутылки:

Для Шарика: 10 зарядов – 70 руб/заряд, 20 зарядов – 65 руб/заряд, 30 зарядов – 56 руб 70 копеек за заряд, 40 зарядов – 47 рублей 60 копеек за заряд.

Для Матроскина: 10 зарядов – 60 руб/заряд, 20 зарядов – 50 руб/заряд, 30 зарядов – 45 руб/заряд, 40 зарядов – 41 рубль 25 копеек за заряд.

Суммарная готовность платить наших героев: за 10 зарядов – 130 рублей/заряд, за 20 зарядов – 115 руб/заряд, 30 зарядов – 101 рубль 70 копеек за заряд, 40 зарядов – 88 рублей 85 копеек за заряд.

Поскольку цена заряда в магазине всего 50 рублей, Шарик с Матроскиным с радостью купят максимальные 40 зарядов, т.к. каждый из них может заплатить меньше своей личной максимальной цены и при этом им хватит денег.

Критерии оценивания:

2 балла за указание на идентичность спроса и соответствующие средние цены заряда в наборе - по 1 за цены заряда для Шарика и Матроскина.

3 балла за идею о том, что спросы надо складывать «горизонтально» - по цене за набор.

2 балла за правильно посчитанную готовность платить за каждый из наборов – по 0,5 балла за каждый набор.

2 балла за правильный ответ – численный (1 балл) и его обоснование (1 балл).

При расчете сначала суммарной готовности за набор, а затем уже средней цены в наборе – применяются критерии аналогичные указанным выше (по 0,5 балла за правильные суммарные готовности платить за каждый набор, по 0,5 балла за правильные средние цены в каждом наборе).

Задача 5, «Расти большой» – 15 баллов

В профессиональной баскетбольной команде роль «центрового», как правило, занимает самый высокий игрок. В Национальной баскетбольной ассоциации США редко можно встретить центрального ростом ниже 210 см, а средний рост таких игроков достигает 215 см с несколькими исключениями, достигавшими 230 см. Несмотря на внушительные габариты, в современном баскетболе центровые редко становятся суперзвездами, а наибольшее количество звёзд приходится на позиции атакующего и разыгрывающего защитников, которые в основном представлены игроками ростом 175–200 см. Однако, без учёта контрактов суперзвёзд средняя заработная плата у центральных несколько выше, чем у «маленьких» игроков. Объясните, чем обусловлено такое распределение доходов среди игроков? А звёздных игроков между позициями?

Решение и критерии оценивания:

Число людей с ростом выше 210 см очень невелико, поэтому найти даже обычного человека с таким ростом трудно. (2 балла)

Людей, достаточно умелых и атлетичных, чтобы быть профессиональным баскетболистом при таком росте – еще меньше, поэтому подобрать им замену гораздо сложнее, чем другим игрокам. (3 балла)

Тем не менее, игрок такого роста необходим каждой команде, так как даже при средних навыках его рост дает значительное преимущество при игре под кольцом. (3 балла)

Таким образом, при высоком спросе на центральных, их предложение труда весьма ограничено, что приводит к более высокой равновесной заработной плате.

Однако, это же влияет и на то, как часто центровые получают звездный статус. Они сталкивались с гораздо меньшей конкуренцией на своем пути в профессиональную лигу, так как имели значительное преимущество за счет редкости своего роста. Таким образом, им приходилось конкурировать с парой сотен, а то и десятков других игроков такого же роста за место в НБА. Игроки меньшего роста прошли гораздо более серьезный отбор, поэтому в среднем они гораздо более талантливы. Условный звездный разыгрывающий с ростом 180 см в НБА является лучшим из всех игроков в стране с таким ростом, а это – миллионы человек. Центровой же является лучшим из пары сотен, возможно тысяч человек, поэтому велика вероятность, что он не так талантлив. (5 баллов)

Наконец, игроки ниже ростом гораздо более подвижны, и компенсируют свой недостаток роста скоростью и/или прыгучестью, что приводит к более зрелищной игре и привлекает внимание болельщиков. (2 балла)