



8 класс

7 марта 2022 года

Время написания – 235 минут

Количество задач – 4

Сумма баллов – 150

Заключительный этап

Московской олимпиады школьников – 2022

ПО ЭКОНОМИКЕ

Все задачи требуют записи подробного решения. Все действия в решении должны быть обоснованы. Все утверждения, содержащиеся в решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений.

Все не общеизвестные факты, не следующие явно из условия, должны быть доказаны. Не пропускайте ходы в решении: жюри может ставить баллы за любые корректно выполненные действия, даже если вам они кажутся малозначительными. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верно. Рекомендуем все вычисления производить, не используя черновик.

Старайтесь излагать свои мысли чётко, писать разборчиво. Зачёркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачёркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе. Всякий раз чётко обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи. Перед началом решения пункта (1) можно выписать общую часть, подходящую для всех пунктов, и дальше ссылаться на неё.

Если не сказано иного, считайте все единицы товаров, ресурсов и активов во всех задачах бесконечно делимыми.

Удачи!

Задача 1. Квартирный вопрос

Студентка Катя учится в университете и подрабатывает в свободное время, готовя школьников к олимпиадам. Месячная заработная плата Кати составляет M рублей. В данный момент Катя бесплатно проживает в университетском общежитии, но раздумывает по поводу аренды квартиры. Катя уже начала поиски подходящего варианта и узнала, что средняя стоимость арендной платы за квартиру составляет 50160 рублей в месяц. Катя может либо снять квартиру вместе с подругой и платить половину аренды, либо снять квартиру для себя одной.

Пусть y – это сумма денег, которая ежемесячно остаётся у Кати после оплаты жилья. Тогда полезность Кати при проживании в общежитии равна $U_0 = \sqrt{y}$, полезность, которую получает Катя, арендуя квартиру вместе с подругой (и уплачивая, соответственно, половину арендной платы) $U_1 = \frac{6}{5}\sqrt{y}$, а полезность Кати при самостоятельной аренде квартиры и проживании в ней $U_2 = \frac{4}{3}\sqrt{y}$.

- 1) Какую заработную плату должна получать Катя, чтобы решиться съехать из общежития и снимать квартиру вместе с подругой (если Кате безразлично, жить в общежитии или снимать квартиру, она предпочтёт снять квартиру)?
- 2) Какую заработную плату должна получать Катя, чтобы она решилась снимать квартиру самостоятельно (если Кате безразличен вариант самостоятельной аренды квартиры и какой-либо иной вариант, она предпочтёт снять квартиру самостоятельно)?
- 3) В результате подорожания стройматериалов арендная плата за квартиру изменилась. Какую долю дохода Катя будет готова платить за самостоятельную аренду квартиры в этой ситуации (ответ дайте в долях в виде обыкновенной дроби)?
- 4) Почему подорожание стройматериалов может привести к изменению ежемесячной платы за аренду квартиры (приведите не более трех аргументов, если вы приведёте более трех аргументов, оцениваться будут первые три)?

Задача 2. Флеш-дискриминация

Молодой предприниматель Е. организовал в городе Норвилле небольшой бизнес: он установил вендинговые аппараты для продажи флеш-карт в местном университете и в школах Норвилля. Известно, что спрос на флеш-карты со стороны студентов имеет вид $Q_c = 400 - 0.5p$, а спрос школьников $Q_{ш} = 350 - p$.

- 1) Предположим, что предприниматель Е. может установить различные цены в вендинговых аппаратах в школах и университете. Какие цены будут им установлены, если он хочет получить максимальную выручку от продажи флеш-карт?
- 2) Антимонопольная комиссия Норвилля потребовала, чтобы цены во всех вендинговых аппаратах, установленных предпринимателем, были одинаковыми. Какая цена для на флеш-карты будет установлена в этом случае, если предприниматель Е. по-прежнему хочет получить максимальную выручку продажи флеш-карт?
- 3) Сравните размер прибылей в пунктах 1) и 2). Как называется метод, при помощи которого предприниматель Е. смог получить большую прибыль?

Задача 3. Смурф-торговля

В деревне Смurfеево живут 100 смурфов (смурфы – бесконечно делимые существа), которые занимаются сбором ягод и орехов. Количество собранных ягод и орехов зависит от того, как смурфы распределяют обязанности между собой. Если x_b смурфов займутся сбором ягод, то они соберут $b = 0.5\sqrt{x_b}$ килограммов ягод; если x_n смурфов пойдут собирать орехи, то будет собрано $n = \sqrt{x_n}$ килограммов орехов. Смурфы всегда стремятся иметь как можно больше орехов при каждом возможном количестве ягод.

- 1) Запишите уравнение кривой производственных возможностей для деревни Смurfеево и постройте график КПВ (на горизонтальной оси отмечайте количество орехов).

- 2) Жители Смurfеево любят потреблять орехи и ягоды в определенной пропорции, их суммарные предпочтения описываются функцией полезности:

$$U = \min\{n - 5; b\} = \begin{cases} n - 5, & \text{если } n - 5 < b \\ b, & \text{если } n - 5 \geq b \end{cases}$$

- a. Сколько смurfов будут заниматься сбором ягод, а сколько – орехов?
 - b. Какое количество ягод и орехов они смогут собрать, максимизируя полезность?
- 3) Деревня смurfов начинает торговать с соседними поселениями, при этом предпочтения жителей Смurfеево остаются такими же, как в пункте 2). Рынки ягод и орехов совершенно конкурентны, цена килограмма ягод равна единице, а цена килограмма орехов равна p , причём жители Смurfеево могут и импортировать, и экспортировать ягоды и орехи. По виду КПВ деревни Смurfеево ясно, что альтернативные издержки единицы орехов (в единицах ягод) не постоянны и равны $AI_n = \frac{n}{4b}$. Известно, что после начала торговли в Смurfеево стали собирать 4 килограмма ягод и 6 килограммов орехов.
- a. Чему равно значение p (то есть цена килограмма орехов)?
 - b. Чему равна стоимость всех собранных жителями Смurfеево ягод и орехов?
 - c. Назовём кривой торговых возможностей (КТВ) линию, содержащую множество наборов, доступных жителям Смurfеево в результате производства и торговли. Запишите уравнение КТВ Смurfеево и постройте на новой координатной плоскости графики КПВ и КТВ Смurfеево (на горизонтальной оси отмечайте количество орехов).
 - d. Какое количество ягод и орехов потребуют жители Смurfеево, максимизируя полезность?

Как выглядит структура торговли Смurfеево, то есть какой товар и в каком количестве они экспортируют, а какой импортируют?

Задача 4. Трансформеры

На планете Кибертрон обитают 30 трансформеров. Трансформеры могут генерировать энергию на правом (П) и левом (Л) берегах Ржавого моря и вольны свободно перемещаться с берега на берег. Объем энергии, вырабатываемой на правом берегу, равен $E_p = 15,5T_p - T_p^2 + 240$, где T_p – количество трансформеров на правом берегу. На левом берегу Л объем вырабатываемой энергии равен $E_l = 0,5T_l$, где T_l – количество трансформеров на левом берегу.

- 1) Трансформеры могут свободно выбирать берег, и их жизнедеятельность не ограничена. Цель каждого трансформера – обеспечить выработку как можно большего объёма энергии. Назовём равновесием ситуацию, при которой ни один трансформер не захочет менять берег обитания, если остальные останутся там, где находятся в данный момент. Известно, что в итоге трансформеры планеты Киберон оказались в ситуации равновесия. Сколько трансформеров обитает на правом и левом берегах (T_p и T_l) в ситуации равновесия и чему равен объем энергии, вырабатываемой ими на каждом берегу?
- 2) Праймус (Высшее Кибертонское божество, создавшее трансформеров) уверен, что можно увеличить объем сгенерированной энергии, переместив часть трансформеров с одного берега Ржавого моря на другой. Запишите уравнение целевой функции Праймуса, если он хочет, чтобы энергии было как можно больше. Сколько трансформеров разместит Праймус на правом и левом берегах Ржавого моря и чему равен объем вырабатываемой ими энергии на каждом берегу и общий объём вырабатываемой энергии?
- 3) Сравните количество энергии, выработанное трансформерами в пунктах 1) и 2). При помощи каких экономических концепций можно объяснить результаты, получившиеся у вас?